

# APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS DESDE LA EDUCACIÓN AMBIENTAL

María I. Ciancio; Elisa S. Oliva; Susana B. Ruiz  
Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales  
Universidad Nacional de San Juan, Argentina  
miciancio@hotmail.com, elisaoliva65@gmail.com, sbruizr@yahoo.com.ar

## RESUMEN

En este trabajo se presenta un planteo de actividades integradas, para desarrollar contenidos del Análisis Matemático en funciones de varias variables, apoyado en un marco de resultados vinculados a un proyecto de investigación que estudia la dispersión de contaminantes gaseosos producto de la actividad vehicular. Como línea de acción conjunta entre cátedra y proyecto, se busca que desde las herramientas matemáticas abordadas el alumno construya por sus propios medios, una toma de decisiones en el cuidado del aire de su entorno, ayudando a la educación ambiental.

**PALABRAS CLAVE:** Educación ambiental. Extremo de campos escalares. Concentración de dióxido de nitrógeno.

## INTRODUCCIÓN

Frente al avance científico-tecnológico con que se enfrenta la Educación Universitaria debe brindar saberes actualizados que desafíen al estudiante, en su forma de razonar con aportes procedentes de todas las ramas del conocimiento.

La Educación Ambiental es la rama de la educación que tiene por meta enseñar cómo funcionan los ambientes naturales y cómo el hombre puede cuidar los ecosistemas para vivir de modo sostenible, minimizando la degradación, la contaminación de los recursos naturales, y las amenazas a la supervivencia de otras especies.

Los problemas ambientales atañen a todo el planeta; su solución no puede ser obtenida por un individuo aislado, pero sí por la labor científica de grupos de investigación interdisciplinarios. Algunos de tales problemas tienen un gran contenido de física y matemática, al menos por dos razones: por una parte, tienen su fuente en agentes físicos como la radiación, el sonido, distribución de masa; esto supone, para su estudio, la aplicación de un modelo matemático.

Por otra parte, existe la necesidad, de hacer experimentos numéricos, estadísticos, etc. con fines predictivos; esto también supone la aplicación de esquemas matemáticos. La matemática y el medio ambiente no están tan alejados como pudiera parecer. La modelación matemática puede aplicarse a gran cantidad de situaciones, incluyendo las ambientales; y pueden resolverse con métodos analítico-estadístico-numéricos.

La Matemática, en las carreras universitarias no es ajena a este reto, debe desarrollar las capacidades de modelización, análisis y síntesis; con material generado de situaciones provenientes de la actualidad.

Impulsados por estas consignas, se propuso trabajar desde el Proyecto de Investigación: "Inventario de emisiones vehiculares y estudio de la dispersión de contaminantes gaseosos en el área del Gran San Juan", (que corresponde al área de Atmósfera- Estudio de la calidad de aire, del Dpto. de Geofísica y Astronomía de la UNSJ), en su tarea de Ecuación Ambiental y difusión de resultados hallados; con los alumnos de Matemática II de la Lic. en Geología (que abordan el estudio del cálculo para funciones de varias variables), para hallar la solución de una situación proveniente del mencionado proyecto.

El proceso educativo debe propender a reconceptualizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, a fin de lograr el desarrollo de capacidades que le permitan al sujeto enfrentar nuevas situaciones (Elosúa y García, 1993); que favorezcan en su posterior accionar en el campo profesional.

## PLANIFICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES

### TAREAS DESARROLLADAS DESDE EL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Se ha llegado a resultados numéricos sobre la distribución de la concentración de dióxido de nitrógeno en la zona de estudio (como se ve en la Figura 1), en horas pico de tráfico vehicular, con días de temperatura máxima de 42°C y atmósfera en calma; obtenidos de la solución de la ecuación diferencial (Morton y Mayers, 2008):

$$\begin{cases} \frac{\partial C_i}{\partial t} + \text{div}(\bar{u} C_i) = \text{div}(D \nabla C_i) + R_i \\ C_i(x, y, z, t = 0) = C_{i0}(x, y, z) \\ \left. \frac{\partial C_i}{\partial z} \right|_{z=H} = 0 \\ \left. \frac{\partial C_i}{\partial z} \right|_{z=0} = -f(x, y, t) / K_v \rho \end{cases}$$

Donde:

$C_i$  es la concentración de NO-NO<sub>2</sub>-O<sub>3</sub>, que son las 3 especies contaminantes en estudio.

$\bar{u} = (u, v, w)$  es el viento actuante, con componentes u,v,w, en las direcciones x, y, z

$D = (K_H, K_H, K_v)$  es el coeficiente de difusividad, siendo  $K_H =$  coeficiente de difusividad horizontal y  $K_v =$  coeficiente de difusividad

$f(x,y,t)$  es el inventario de emisiones

$\rho$  es la densidad de la especie química

$C_{i0}(x,y,z)$ : es la concentración inicial de cada especie contaminante en estudio

$R_i = R_i(C_i)$  es cada una de las 3 reacciones químicas, indican la variación del contaminante “i” producto de las emisiones y de las reacciones

$$\begin{cases} \frac{dC_1}{dt} = -k_1 C_1 C_3 - k_2 c_k C_1^2 + k_3 C_2 \\ \frac{dC_2}{dt} = k_1 C_1 C_3 + k_2 c_k C_1^2 - k_3 C_2 - k_4 C_2 C_3 \\ \frac{dC_3}{dt} = -k_1 C_1 C_3 + k_3 C_2 - k_4 C_2 C_3 \end{cases}$$

$k_i, i=1..4$ , son las constantes de velocidad de reacción son las determinadas por [12], para una temperatura de 25°C, en unidades de ppm y minutos ; y  $c_k$  es la concentración inicial de oxígeno (Kiely, 1999).

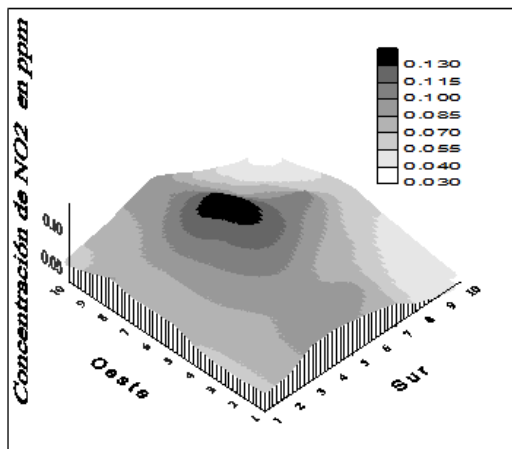


Figura 1- Concentración de dióxido de nitrógeno

El mencionado proyecto tiene entre sus objetivos:

- Generar un modelo de emisiones cuya aplicación proporcione un inventario de emisiones proveniente de la actividad vehicular, con alta resolución espacial y temporal para cubrir el gran San Juan (anillo de la circunvalación-Figura 2), para alimentar en un futuro al modelo de transporte químico.
- Desarrollar un modelo de transporte de contaminantes gaseosos para generar una herramienta de diagnóstico de las condiciones medioambientales respecto a la influencia del tráfico vehicular en el aire del gran San Juan.
- Contribuir a la educación ambiental, mediante la difusión de resultados en un sitio web creado con Medhime 3.0, y educar en la toma de conciencia del cuidado de la calidad del aire urbano por parte de cada uno de los ciudadanos.

San Juan es una provincia de Argentina, en la frontera con la República de Chile, si se trazara una recta uniendo las ciudades de Buenos Aires y Santiago de Chile, se encuentra 2° de latitud más al norte de dicha línea.

Tiene casi un millón de habitantes de economía agrícola-minera. En su parque automotor de más de 300000 unidades conviven vehículos de moderna gama nafteros, gasoleros y a GNC, pero también más de un 25 % aún son no catalíticos y hasta con 50 años de vida; conjuntamente con un gran volumen de motos y con sólo con buses para el transporte público de pasajeros.

El clima es de tipo continental, seco y árido (con media anual de lluvias de 96.3 mm) con perceptible diafanidad atmosférica, intensa radiación solar y gran amplitud térmica diaria y estacional de hasta -10° C en invierno y hasta 44° C en verano. Los vientos predominantes son del sur, sudeste rotando al noroeste con una velocidad media de 10 Km /h; también se destaca el Zonda, viento local, cálido y seco, sopla en cualquier época del año, siendo más frecuente entre los meses de junio a octubre, se inicia en el océano pacífico, cruza la cordillera de los andes donde se vuelve caliente y seco, provocando cambios de presión, de temperatura y nevadas en la cordillera.

El promedio anual de días calmos es de 127 días y más de 250 días soleados por año. Las horas de luz solar, la sequedad del clima, con episodios en verano de varios días continuados donde la temperatura mínima no desciende de los 30°C y atmósfera en calma que no favorece un proceso de dispersión de contaminantes, influyen en las reacciones fotoquímicas y en la presencia de partículas en la atmósfera, que afectan la concentración de contaminantes, la salud humana y la vegetación (de Nevers, 1998).

La zona de este estudio es parte del Gran San Juan (que incluye los departamentos: Capital-Rawson- Rivadavia y Santa Lucia) una zona de 6Km x 6Km dividida en 100 celdas homogéneas en superficie. En la figura está resaltado el anillo de la avenida de circunvalación (que tiene una extensión de 16 Km), es la ruta que une a todos esos departamentos.

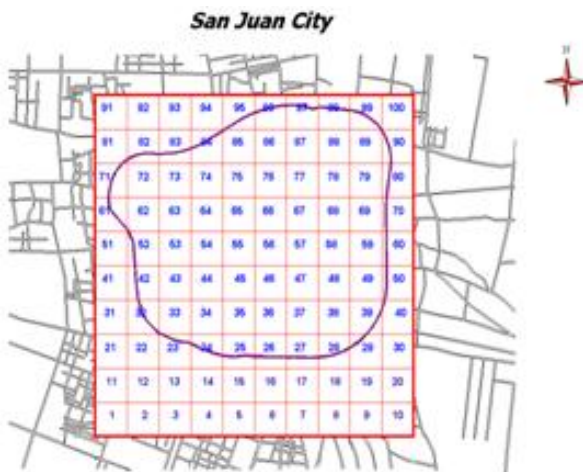


Figura 2- Mapa del Gran San Juan donde se hace el estudio

### TAREAS DESARROLLADAS DESDE LA CÁTEDRA DE MATEMÁTICA II

Se organizó una secuencia de actividades integradoras orientadas a promover y afianzar el aprendizaje significativo del tema de “Determinación de máximos y mínimos en funciones de varias variables” de la asignatura Matemática II, para los alumnos del primer año de la carrera Lic. en Geología, de la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de San Juan (Argentina), desde el problema motivador: “Distribución de la Concentración de dióxido de nitrógeno”, aportado desde el proyecto de investigación.

El abordaje del mismo se desarrolla a través de la ejecución de un “Proyecto de Trabajo Áulico” por parte del alumno, el cual incluye una serie de “actividades”.

Las actividades propuestas se planifican y agrupan por niveles de dificultad, con el objetivo de favorecer las capacidades de análisis y síntesis, para la resolución de situaciones más complejas. En general las actividades propuestas en este proyecto áulico a abordar, incentivan al alumno a investigar y re-descubrir herramientas matemáticas conocidas desde asignaturas ya cursadas como Matemática I.

### ***Muestra del Planteo Propuesto***

Se considera el modelo real de distribución de concentración de  $\text{NO}_2$ , dado desde el proyecto corresponde a la Figura 1, antes citada. Es de interés determinar la ubicación del punto de máxima concentración del contaminante gaseoso, y que luego el alumno conociendo normativas dadas por EPA sobre la calidad del aire, pueda decidir sobre la situación de la contaminación en la zona de estudio.

Por no contar con una expresión explícita de tal función, en la Figura 3 se presenta una simulación de la misma (Larson, 1989), siendo la ley de distribución la dada por

$$f(x,y) = 1/25 * (\cos(y-x) + \sin(y+x) + 2), \text{ para el dominio } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 6\};$$

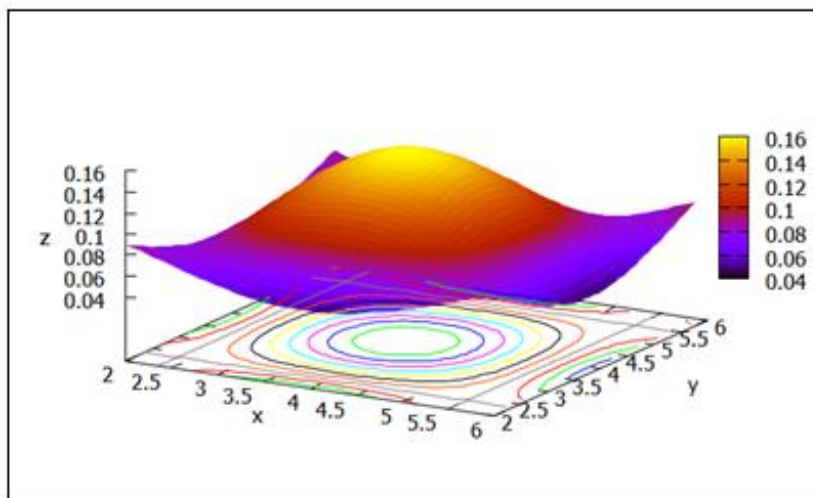


Figura 3- Gráfico de la ley de distribución.

### ***Actividades Propuestas***

- 1- Realice el reconocimiento correspondiente a la gráfica de la función en el subdominio  $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2 \leq x \leq 6, 2 \leq y \leq 6\}$ . Obtenga la gráfica de dicha función en el dominio de interés dado por  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10\}$ .

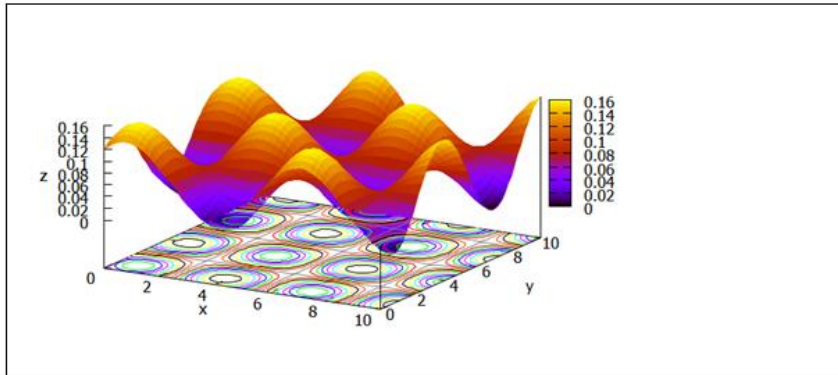


Figura 4- Gráfico de la ley de distribución en una zona más general.

2- Considere el mapa de curvas de nivel e interprete dos situaciones (Thomas, 2006):

- a) Regiones  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2.5 \leq x \leq 5.5, 2.5 \leq y \leq 5.5\}$  versus  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2.5 \leq x \leq 5.5, 5.5 \leq y \leq 8.5\}$ .
- b) Regiones  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2.5 \leq x \leq 5.5, 2.5 \leq y \leq 5.5\}$  versus  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 5.5 \leq x \leq 8.5, 5.5 \leq y \leq 8.5\}$ .

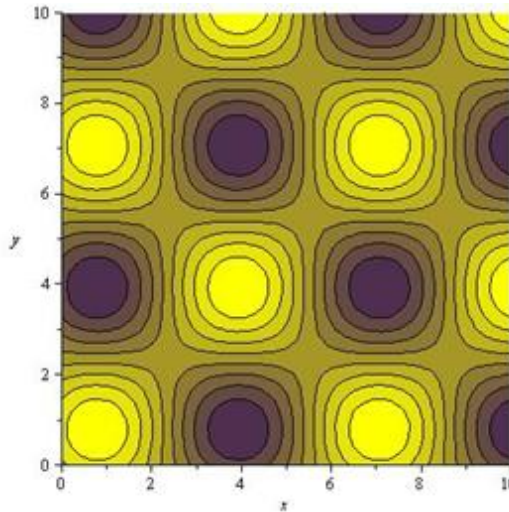


Figura 5- Mapa de curvas de nivel

3- Considere el mapa de gradientes e interprete dos situaciones (Stewart, 2002):

- a) Regiones  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2.5 \leq x \leq 5.5, 2.5 \leq y \leq 5.5\}$  versus  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2.5 \leq x \leq 5.5, 5.5 \leq y \leq 8.5\}$ .
- b) Regiones  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2.5 \leq x \leq 5.5, 2.5 \leq y \leq 5.5\}$  versus  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 5.5 \leq x \leq 8.5, 5.5 \leq y \leq 8.5\}$ .

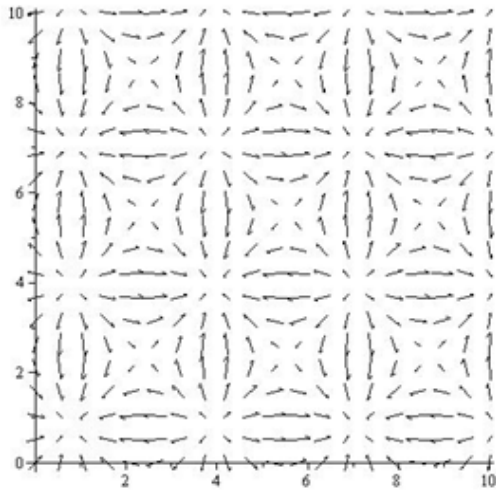


Figura 6- Mapa de gradientes

4- Considere el mapa de gradientes e interprete lo que observa:

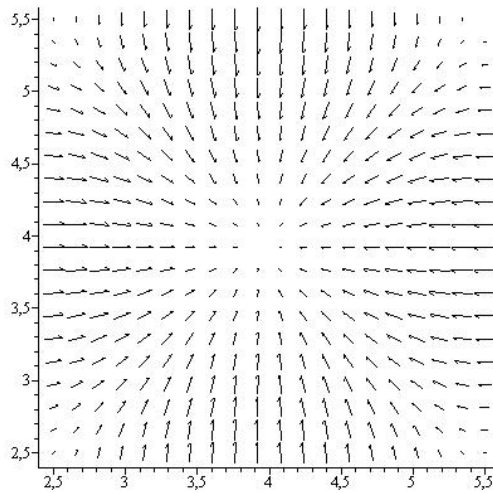


Figura 7- Mapa de gradientes en una zona de la figura 3.

5- Calcule las derivadas parciales de primer orden de la función  $f(x,y)$ . Determine los puntos críticos de la función.



6- Determine cuál de los dos sistemas de ecuaciones, es el que permite hallar todos los puntos críticos en  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10\}$  :

$$\text{a) } \begin{cases} y - x = 0 \\ y + x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} y - x = k\pi \\ y + x = \frac{\pi}{2} + h\pi \end{cases}, \text{ con } k, h \in \mathbb{Z}$$

7- Las siguientes representaciones corresponden a gráficos del sistema que da los puntos críticos en  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10\}$  y el mapa de curvas de nivel

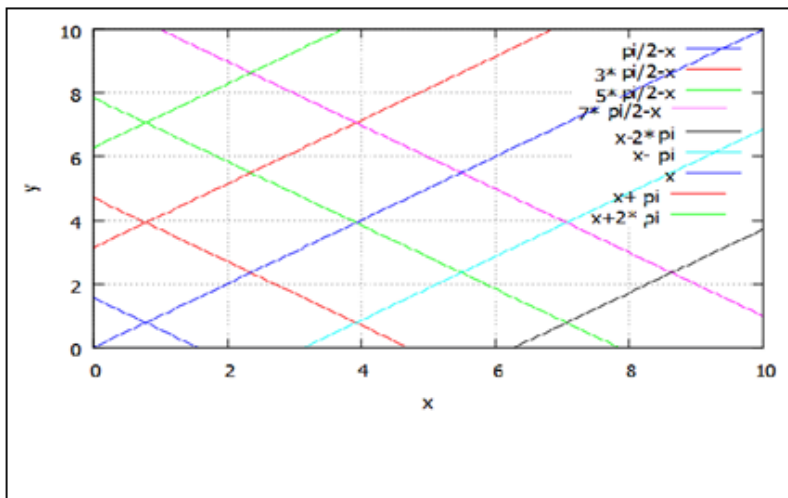


Figura 8- Familia de rectas

Indique como hallar las coordenadas (intersección de que par de rectas) de: 3 máximos, 3 mínimos y 2 puntos silla. Utilizando el criterio del Hessiano determine la naturaleza de cada punto crítico

8- Indique como determinar las coordenadas del punto crítico de la Figura 3.- Confirme con el criterio del Hessiano la naturaleza del punto crítico y determine a qué altura se encuentra este punto

9- Teniendo en cuenta su respuesta del punto anterior y la siguiente información sobre calidad del aire. Indique en qué situación se encuentra la zona de estudio.

Se considera que las concentraciones del gráfico de la Figura 3, están medidas en ppm "partes por millón", y que la equivalencia ppb "partes por billón", es: 1ppm = 1000ppb

#### Índice AQI para dióxido de nitrógeno (NO<sub>2</sub>)

EPA (United States Environmental Protection Agency) calcula el AQI (Índice de calidad del Aire) para cinco principales contaminantes regulados por la ley del aire limpio: planta de ozono, contaminación de partículas (también conocida como material particulado), monóxido de carbono, dióxido de sulfuro y dióxido de nitrógeno. Teniendo en cuenta el índice AQI, índice para reportar la calidad del aire diario. Dice cuan limpio o contaminado es el aire, y se indican los efectos asociados sobre la salud que pueden ser una preocupación para la población. El AQI se enfoca en efectos sobre la salud que puede sufrir dentro de unas horas o días después de respirar aire contaminado.

Se usa esta información pues en la Provincia de San Juan no existe legislación que regule la calidad del aire.

Valores (AQI) y Condiciones de calidad del aire	Color Asociado	Efectos en salud	Concentración máxima
0-50 Bueno	Verde	No se presentan.	Hasta 53 ppb
51-100 Moderado	Amarillo	Personas inusualmente sensibles pueden experimentar síntomas respiratorios.	Hasta 100 ppb
101-150 Malsano para grupos sensitivos	Anaranjado	Aumenta molestias de respiración en personas con enfermedades pulmonares. PRECAUCIÓN: Reducir el pesado o prolongado esfuerzo al aire libre.	Hasta 360 ppb
151 a 200 Malsano	Rojo	Mayor probabilidad de síntomas respiratorios en personas con enfermedades pulmonares. PRECAUCIÓN: Evitar el prolongado esfuerzo al aire libre; especialmente niños.	Hasta 649 ppb
201 a 300 Muy malsano	Púrpura	Síntomas cada vez más severos y respiración deteriorada en personas con enfermedades pulmonares. PRECAUCIÓN: personas con enfermedades pulmonares, deben evitar todo ejercicio al aire libre.	Hasta 1244 ppb
301 a 500 Amesgado	Marrón	Efectos respiratorios cada vez más severos en general población. PRECAUCIÓN: permanecer en el interior; deben evitar el ejercicio al aire libre.	Hasta 2044 ppb

## CONCLUSIONES

- Para lograr en los alumnos un pensamiento “creador” se debe conducir el proceso de apropiación de conceptos, seleccionando de manera adecuada no sólo los contenidos a impartir sino también los métodos y estrategias para lograrlo.
- Es de destacar que la motivación se logra en los alumnos, cuando se les hace ver la necesidad de manejar el conocimiento matemático y aplicarlo en contextos reales para discutir las respuestas observadas.
- La matemática es un poderoso medio de comunicación para representar, explicar y predecir; y si pretendemos facilitar a nuestros alumnos su integración en la sociedad, debemos esforzarnos no sólo en enseñarles matemáticas, sino en que sepan hacer uso de ellas en situaciones reales.
- Formar equipos interdisciplinarios de trabajo permite producir cambios en la forma habitual de difundir resultados y conocimientos desde los proyectos de investigación. Es un desafío y un compromiso diferente al que se enfrentan los docentes involucrados en esta temática de llevar al aula resultados actuales para que sean abordados desde las cátedras.
- El aporte numérico a través de un correcto modelado de la realidad permite que los especialistas de ciencias biológicas puedan explicar procesos ambientales. Este es un claro aporte que se puede hacer desde la matemática, con una vista diferente a la que realizan las ciencias naturales.
- El aporte que se brinda desde este trabajo de investigación, permite involucrar al alumno en forma tal que se sienta parte en la tarea del cuidado de la calidad del aire urbano, tomando conciencia de que sus acciones pueden ayudar a corregir desastres ecológicos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- de Nevers, N. (1998). *Ingeniería de control de la contaminación del aire*. México: Mc Graw Hill.
- Elosúa, M. R.; García, E. (1993). *Estrategias para enseñar y aprender a pensar*. Madrid: Narcea Ediciones
- Kiely, G (1999). *Ingeniería Ambiental. Fundamentos, entornos, tecnologías y sistemas de gestión*. España: Mc Graw Hill
- Larson, H. (1989). *Cálculo y Geometría Analítica*. España: Mac Graw Hill.
- Morton, K.W; Mayers, D.F. (2008). *Numerical Solution of Partial Differential Equations*. EEUU: Cambridge University Press
- Stewart, J. (2002). *Cálculo Multivariable*. México: Thomson Learning
- Thomas, G (2006). *Cálculo. Varias variables*. México: Editorial Pearson Educación