

LA REGLA DE RUFFINI Y SU RAZÓN DE SER EN LA ENSEÑANZA

Silvia Caronía, Graciela Sklepek, Norma Martyniuk
Marta Rivero, Edith Abildgaard, Roxana Operuk
Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales. Universidad Nacional de Misiones,
Argentina
silvca2@gmail.com - sklepek@arnet.com.ar - norma_martyniuk@yahoo.com.ar
morivero.rivero982@gmail.com - edithabild@gmail.com - roxsoperuk@gmail.com

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo analizar las posibles razones de ser de la Regla de Ruffini como objeto matemático en diferentes instituciones de producción, uso y difusión. El marco teórico de referencia lo constituye la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). Conforme lo observado en libros de texto, clases y entrevistas a docentes, se puede inferir que la razón de ser de la regla de Ruffini está vista como una técnica sencilla para realizar la división de polinomios con determinadas características. En los diseños curriculares no es posible conocer la razón de ser de dicha regla.

PALABRAS CLAVE: Regla de Ruffini. Razón de ser. Instituciones.

INTRODUCCIÓN

La permanente preocupación por mejorar los conocimientos de matemática de los alumnos en los distintos niveles educativos ha generado en los últimos años un gran número de investigaciones relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje en las distintas áreas de la matemática. En ese sentido es importante destacar que, además de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos, es importante analizar entre otros, los motivos por los cuales se han insertado esos conceptos en los diseños curriculares, es decir, indagar cuál es la razón de ser de ese conocimiento a ser enseñado.

En este aspecto, Bosch y Gascón (2007) expresan:

Dado que las matemáticas son un conocimiento que se usa, enseña, aprende, practica y difunde en instituciones sociales, para entender las matemáticas escolares es necesario entender las razones que motivan y justifican su enseñanza, y también el modo cómo esas matemáticas están siendo interpretadas en las diferentes instituciones de producción, desarrollo, uso y difusión (p.390).

Estos autores sostienen que, para comenzar a vislumbrar posibles dificultades en el aprendizaje de los alumnos, no sólo se debe estudiar el aspecto cognitivo, sino también preguntarse, el por qué determinados conocimientos forman parte del saber a enseñar en la escuela, en qué contextos y problemáticas surgen, y el porqué de su elección como "saber a enseñar".

Consecuentes con las cuestiones señaladas precedentemente, y con el objetivo de brindar aportes que tiendan a contribuir en el mejoramiento de la enseñanza de la matemática, en el año 2009 hemos iniciado un proyecto de investigación referido al objeto Polinomios, teniendo en cuenta que es un contenido tradicional de la escuela secundaria Argentina, y que además está presente en la mayoría de los programas de ingreso a la Educación Superior. Éste al igual que otros temas, presenta dificultades en la enseñanza y el aprendizaje en los distintos niveles del sistema educativo, hecho que se ve reflejado en numerosas investigaciones entre las que se pueden citar a Chevallard, Bosch y Gascón (1997), Bolea, Bosch y Gascón (2004), entre otros, mientras que Quintero, Ruiz y Terán (2006) hacen referencia a las dificultades sobre el desconocimiento de la razón de ser de este concepto.

Las consideraciones anteriores conducen a poner el acento, en uno de los puntos fundamentales dentro de la Teoría Antropológica de Chevallard: el origen o la "razón de ser" de un determinado conocimiento.

La profundización en el estudio matemático de los polinomios, nos ha llevado a analizar su definición, las operaciones posibles y además ampliar la visión hacia las ecuaciones y las funciones polinómicas, conocimientos directamente relacionados en el ámbito de la institución escolar.

En este trabajo se presenta un recorte del estudio más amplio, poniendo la mirada particularmente en la Regla de Ruffini como objeto matemático dentro de diferentes Instituciones, con el objetivo de encontrar las respuestas sobre la razón de ser de este concepto en las mismas.

METODOLOGÍA Y MARCO TEÓRICO

El marco teórico lo constituye la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y la metodología de investigación utilizada es de tipo cualitativa, caracterizada por el énfasis exploratorio, descriptivo e interpretativo.

Las principales técnicas implementadas han sido la observación y el análisis, utilizando como instrumentos: Diseños Curriculares a Nivel Nacional y provincial de la República Argentina, libros de textos de nivel medio, entrevistas a profesores el nivel medio y registros de clase.

Para una aproximación a la idea de la razón de ser de la regla de Ruffini en las distintas instituciones, se ha observado a la institución productora del saber a través del estudio histórico-epistemológico; a la institución del Saber a enseñar "noosfera", desde los Diseños curriculares y libros de textos; a la institución del Saber enseñado, desde las entrevistas a profesores y registros de clases.

En tal sentido, se han analizado las interpretaciones que realizan tanto los autores de los libros de textos como los docentes, a la hora de la presentación de los polinomios y en particular la Regla de Ruffini, las cuestiones que quedan implícitas, las que dejan a cargo del lector o alumno, el contexto donde aparece dicha regla, las propuestas de actividades, etc. Estas observaciones han de permitir una aproximación a la idea del funcionamiento del sistema educativo como parte del resultado de una Transposición Didáctica.

La Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard, básicamente enuncia que, los contenidos o conocimientos que se enseñan en la escuela, fueron pensados en otra Institución, y que por necesidades propias de la sociedad "se llevan" o "transponen" a la escuela. Es en el Sistema educativo (noosfera), donde se imponen una serie de condiciones y restricciones sobre el tipo de enseñanza de un determinado conocimiento en la institución escolar, el por qué de la inclusión a enseñar en la escuela, en qué contextos y problemáticas se inscribe, la importancia dentro de la currícula, los fundamentos de la permanencia de los mismos en los dispositivos curriculares, las propuestas de libros de texto.

Como consecuencia del desarrollo de la Transposición Didáctica surge la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard. La misma propugna, como lo menciona Gascón (1998), "que la actividad matemática debe ser considerada (esto es, modelizada) como una actividad humana en lugar de considerarla únicamente como la construcción de un sistema de conceptos, como la utilización de un lenguaje o como un proceso cognitivo."

Desde la TAD se postula que toda actividad humana puede ser descripta en términos de praxeologías. Bosch, Espinoza y Gascón (2003) manifiestan que:

Todo proceso de estudio de las matemáticas, en cuanto actividad institucional de construcción o reconstrucción de organizaciones matemáticas, consiste en la utilización de una determinada praxeología (u organización didáctica, con su componente práctico (formado por tipos de tareas y técnicas didácticas) y su componente teórico (formado por una tecnología y una teoría didáctica. En este sentido podemos afirmar que toda praxeología didáctica contiene (al menos) una praxeología matemática y que toda praxeología matemática está contenida en (al menos) una praxeología didáctica (p.86).

RESULTADOS

De la mirada en las distintas instituciones se puede decir desde *lo histórico-epistemológico* que, así como la expresión formal de los polinomios tiene su razón de ser en el desarrollo histórico de las ecuaciones, la razón de la regla de Ruffini surgió dentro del estudio de la búsqueda de raíces de ecuaciones polinómicas.

Por otra parte en *los dispositivos curriculares* oficiales de la República Argentina, se observó que el objeto matemático polinomios aparece de manera implícita como objeto a ser enseñado en el 3° Ciclo de la Educación General Básica (EGB3) (12 a 14 años). En tanto que, en los Contenidos Básicos Comunes (CBC) (15 a 17 años) para la Educación Polimodal a nivel Nacional y Provincial (1997), se encuentran en forma explícita, dentro de los contenidos conceptuales, en los bloques "Números y Funciones" y "Álgebra y Geometría", las funciones polinómicas, polinomios y raíces de un polinomio, respectivamente. Dentro de los contenidos procedimentales se propone la resolución de ecuaciones polinómicas de 1° grado, 2° grado y de mayor grado reducibles a estas, y en el caso de las funciones polinómicas, se considera como modelos matemáticos para resolver distintas situaciones del mundo real.

En relación a las operaciones con polinomios, particularmente la división, no se observa alusión a un método particular, hecho que daría libertad a plantear o utilizar cualquier procedimiento. En la búsqueda de raíces en las ecuaciones polinómicas, se sugiere métodos gráficos e iterativos de aproximaciones.

Es posible interpretar la razón de ser de los polinomios, dentro del diseño curricular de los CBC, como modelos para resolver distintas situaciones por medio de las ecuaciones polinómicas: "Es en este marco que adquieren especial relevancia los polinomios como herramientas para representar situaciones funcionales en una variable (real) que describen situaciones de la vida real desde las ecuaciones polinómicas".

En los Programas Orientadores de la Educación Polimodal de la Nación (1999) se establece, en los contenidos conceptuales para la asignatura Matemática I, el tratamiento de las funciones polinómicas y de las ecuaciones, a su vez dentro de las funciones polinómicas, se hace mención a las operaciones con polinomios.

En el nuevo documento curricular del Ciclo Básico Secundario (15 a 17 años) de la Provincia de Misiones (2011), se propone en el 3° año el tratamiento de las expresiones algebraicas, polinomios, factorización de polinomios, estudio de funciones, ecuaciones y sistemas de ecuaciones. A diferencia de las orientaciones curriculares para el Nivel Polimodal (1997), en éste currículo se expone de manera explícita las técnicas que se deberán trabajar al momento de realizar el tratamiento de la división y la factorización de polinomios. La regla de Ruffini para la división y para la factorización de polinomios por casos y teorema de Gauss.

Por ello se piensa, que la razón de ser de la Regla de Ruffini para el diseño curricular provincial, es como una técnica de resolución para la división.

Desde *los libros de textos*, se observa que las interpretaciones que efectúan los autores de los diseños curriculares son diferentes.

Para algunos autores, la regla de Ruffini aparece como una técnica más sencilla para efectuar la división de determinados polinomios.

En otros libros de textos, si bien señalan que la Regla de Ruffini es un caso particular de la división de polinomios, lo presentan como un tema independiente a la división, usando el nombre de esta regla como título.

De acuerdo a lo señalado para este grupo de autores, la razón de ser de la regla de Ruffini aparece como una técnica de la división de polinomios.

En otros casos, particularmente la división de un polinomio por un binomio de la forma $(x - a)$ se presenta a través de la regla de Ruffini, en el contexto de encontrar las raíces de una función polinómica. La división de polinomios no es estudiada por sí misma, sino como herramienta necesaria para la factorización de polinomios, paso esencial para el análisis y la gráfica de funciones polinómicas, marco que daría cuenta de la razón de ser de la Regla de Ruffini para estos autores.

De las *entrevistas* realizadas a los profesores del nivel medio con respecto a la Regla de Ruffini, se ha percibido que, si bien tienen en cuenta el diseño curricular de la provincia de Misiones, efectúan adaptaciones según las instituciones dónde enseñan.

Ciertos docentes la reconocen como una técnica "más fácil" para la división entre polinomios, mientras que otros desconocen la razón de ser por la cual debe ser incluida en los programas.

A modo ilustrativo se transcriben algunas expresiones de los profesores entrevistados:

P1: [...], empiezo con polinomios, en realidad la regla es para la división [...] Con la regla de Ruffini aprenden mucho más rápido, ellos dicen –¡qué fácil es esto!-, mientras que la división de polinomios les cuesta mucho. Porque... yo no sé, la verdad que nunca me planteé, dónde está la clave [...] yo hasta ahora no descubrí el misterio que hay ahí. (se refiere a la técnica de la regla).

P2: [...], al dar las operaciones, ahí sí se me complica un poco con la división, a los chicos les cuesta un montón, les cuesta reconocer, se pierden... [...], después doy la regla de Ruffini, dónde muestro la diferencia entre el dividendo y el divisor, que el divisor siempre es un binomio de primer grado... esa es la característica y después les doy una batería de ejercicios de división para que apliquen la regla. (Queda pensando y luego prosigue), ... además no sé en qué cambia dar o no la regla de Ruffini, bueno... pero tengo que enseñar, porque está en el programa y nos pide la jefa de departamento, yo solo acato lo que me dicen.

P3: [...] Tengo un conflicto que no sé cómo voy hacer... Como paso mucho tiempo para que entiendan la división de polinomios, tomé la decisión de explicar la división sólo a través de la regla de Ruffini. Después al otro año cuando enseñé factorización, otra vez tengo que recordarles la regla. Retomo, pero para no perder tanto tiempo, trabajo con números sencillos, para que busquen raíces enteras.

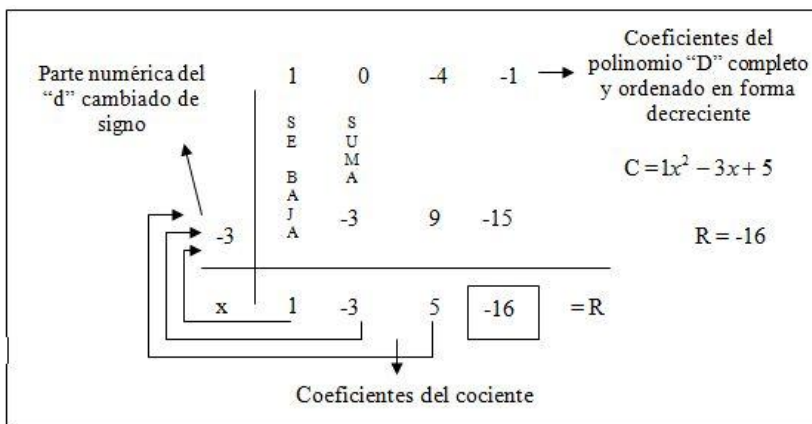
P4: [...] en 4º año retomo funciones polinómicas y trabajo con la función de 1º y 2º grado para que busquen, por ejemplo, las raíces. No les doy situaciones problemáticas, porque eso es difícil para ellos, por ejemplo, sólo hacen el cálculo para saber que la raíz corta al eje x y la ordenada a cero. Y en la función cuadrática para el cálculo de las raíces uso la fórmula de la resolvente. [...] más que en los polinomios, veo problema en las funciones. [...]. A los alumnos les cuesta reconocer, el cálculo de la raíz, reconocer la ordenada al origen, hasta inclusive les cuesta identificar los puntos también, eso es lo que siempre veo,... ¡les cuesta la representación gráfica!

En las clases observadas se encontraron concordancias con lo manifestado previamente en las entrevistas y cuestiones que generaron algunas confusiones en los alumnos en relación a la justificación de dicha regla y al por qué de cada paso a realizar.

A modo de ejemplo se transcriben fragmentos de clases:

P: vamos a estudiar la regla de Ruffini. Ruffini, es un señor italiano que inventó la división entre polinomios con el divisor de la forma $x \pm a$. Por ejemplo si tenemos la siguiente operación $(x^3 - 4x - 1) \div (x + 3)$. Bueno aplicamos la Regla de Ruffini que es "una tablita" donde se ponen, los coeficientes del polinomio dividendo, a la izquierda la parte numérica del divisor cambiado de signo [...].

En el pizarrón queda expresado lo siguiente:



A la clase siguiente el profesor pregunta nuevamente:

P: ¿en qué consistía la Regla de Ruffini?

A: en una división

P: no, en una tablita"

(Todas las veces que mencionó la Regla, fue como "una tablita"). En la entrevista este profesor dejó en evidencia no tener claro para qué se debe enseñar la Regla de Ruffini.

En la clase de otro docente se presenta la regla de Ruffini como una forma más fácil de dividir polinomios. Sin embargo no logra convencer a los alumnos de su utilidad, hecho que se vio reflejado en el siguiente diálogo:

[...] A: ¿Profe, esto que vimos sirve para cualquier polinomio que usted me de?

P: no, sólo para los polinomios de la forma (x-a).

A: ahhh!!!, entonces ¿para qué perdimos tanto tiempo en ver otra forma de dividir, si sirve para pocos casos?

P: Bueno chicos no se enojen, esto les va a servir más adelante cuando conozcan una de las raíces del polinomio y al dividirlo por el polinomio (x-a), se logra bajar el grado del polinomio del cual se quiere hallar las raíces (murmullo y risas).

Los ejercicios propuestos por los docentes, en general fueron sencillos, para que no presentaran dificultad y pudieran así los alumnos, centrar su atención en "aprender bien la técnica". Con relación a esta tendencia, Fonseca, Bosch y Gascón (2005) expresan:

De hecho, problematizar las técnicas no forma parte de las responsabilidades matemáticas que el contrato didáctico asigna a los alumnos de la enseñanza secundaria. Incluso podemos afirmar que esta responsabilidad matemática tampoco está asignada al profesor de enseñanza secundaria como tal profesor. Todo está preparado para que las técnicas "funcionen" siempre que se las requiera y para que no exista ningún conflicto entre las técnicas de que se dispone y las tareas matemáticas que se proponen. (p. 5).

Se ha observado que la factorización de un polinomio, contenido que está estipulado en el Diseño curricular provincial en 3° año, en la mayoría de los casos lo enseñan en 4° año, donde trabajan únicamente con las funciones polinómicas de primer y segundo grado, con el objeto de realizar la representación gráfica y su caracterización. En el caso de la búsqueda de raíces de funciones de 2° grado, utilizan la fórmula de la resolvente.

El hecho de trabajar con funciones polinómicas como máximo de 2° grado, nos hace suponer que de alguna manera conduce a la pérdida de sentido de la enseñanza de la Regla de Ruffini en la escuela secundaria. Al limitar su uso a la técnica de la división, se disipa su razón de ser, puesto que su enseñanza cobraría sentido como una técnica eficaz para la búsqueda de raíces de funciones polinómicas de grado mayor a dos.

Las cuestiones mencionadas tanto acerca de las entrevistas como de las clases, estarían en concordancia con las expresiones de Bosch y Gascón (2004) sobre la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles, que muestra una creciente inclinación a "atomizar" los contenidos matemáticos como si fueran cuestiones independientes y en las que las técnicas matemática utilizadas, también se presentan aisladas y "rígidas".

Estos investigadores expresan: "en la práctica matemática escolar se observa una influencia creciente del tecnicismo que identifica implícitamente "enseñar y aprender matemáticas" con enseñar y aprender técnicas simples (principalmente algorítmicas)". Por ende este "encierro en los temas" que es considerado un fenómeno didáctico, provoca lo que Chevallard califica el "autismo temático del profesor".

Esto se ve reflejado, en manifestaciones de docentes como las siguientes:

[...]no les doy situaciones problemáticas, porque eso es difícil para ellos, sólo por ejemplo, hacen el cálculo de ...

[...]tomé la decisión de explicar la división sólo a través de la regla de Ruffini. Después al otro año, cuando enseñé factorización, otra vez tengo que recordarles la regla. Retomo, pero para no perder tanto tiempo, trabajo con números sencillos, para que busquen raíces enteras.

CONCLUSIONES

La mirada puesta en las diferentes instituciones contempladas dentro de la Teoría antropológica de lo didáctico, nos ha permitido observar aspectos fundamentales sobre el funcionamiento del sistema educativo en cuanto al desarrollo de los contenidos matemáticos, en este caso particular la regla de Ruffini.

En los diseños curriculares la descripción general de los contenidos matemáticos y la secuenciación de los mismos, lleva a distintas consideraciones sobre su razón de ser, esto se ve reflejado en las interpretaciones y traducciones realizadas por los autores de los libros de texto y por los docentes al momento de desarrollarlos.

En los libros de texto, la mayoría de los autores la presentan como una herramienta que permite efectuar la división de determinados polinomios de una manera más sintética. Muy pocos autores la presentan como una herramienta válida a la hora de encontrar las raíces de una función polinómica.

A través de entrevistas a docentes y observaciones de clase se pudo percibir en general, que la regla de Ruffini es enseñada como una técnica sencilla para la resolución de una división.

Como reflexión final se puede decir que la razón de ser de una organización matemática no es única, sino que es relativa a la institución que se toma como referencia y dentro de la misma también pueden aparecer diferencias.

Conceptualizada desde el ámbito de la TAD, la razón de ser provoca cambios en el proceso de enseñanza, por lo tanto, al incluir las cuestiones que dan sentido a la organización matemática se modifican los tipos de problemas, las técnicas, el discurso tecnológico y la teoría asociada.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bolea, P., Bosch, M. y Gascón, J. (2004). ¿Por qué la modelización está ausente de la enseñanza del álgebra escolar?. *Kuaderni di Ricerca in didattica* 14, 125-133.
- Bosch, M. y Gascón, J. (2004). *La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos*. Versión provisional, realizado en el marco del proyecto BSO 2003-0400 de la DGICYT. (MCT, España).
- Bosch, M. y Gascón, J. (2007). 25 años de transposición didáctica. En Ruiz-Higueras, L.; Estepa, A., García, F.J. (Eds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la teoría Antropológica de la Didáctica*. (pp. 385- 406). Jaén: Servicio de publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Bosh, M., Espinoza, L. y Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23 (1), 79-136.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE Horsori
- Fonseca, C., Bosch, M. y Gascón, J. (2005). *El momento del trabajo de la técnica en la completación de organizaciones matemáticas: el caso de la "regla de Ruffini"*. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Gascón, J. (1998). Evolución de las Didácticas de la Matemáticas como Disciplina Científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 18 (1), 7 –34.
- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Consejo Federal de Cultura y Educación (1997). *Contenidos Básicos Comunes para la EGB3 y para la Educación Polimodal*. Argentina.
- Ministerio de Cultura y Educación. Subsecretaría de Educación de la Provincia de Misiones (2011). *Los lineamientos generales, estructura curricular y contenidos del Ciclo Básico Secundario de la Provincia de Misiones*. Argentina.
- Quintero, R., Ruiz Moron D. y Terán, R. (2006). Las interpretaciones del símbolo “x” en los Polinomios. *EDUCERE Investigación arbitrada* 10 (33), 315-326. Venezuela: Universidad de los Andes.