

ANÁLISIS DEL CRECIMIENTO POBLACIONAL ARGENTINO: ESBOZO DE UNA TAREA ÁULICA USANDO GEOGEBRA

Ricardo Fabián Espinoza, María Josefa Jorge
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura,
Universidad Nacional del Nordeste, Argentina.
rrfespinoza@gmail.com, majorijor1965@gmail.com

RESUMEN

En este artículo se muestra el trabajo realizado sobre una actividad de determinación del crecimiento poblacional de Argentina, la cual se analiza con herramientas del software GeoGebra. Se emplean y comparan distintos modelos de ajuste, con el propósito de obtener uno que pueda predecir, de manera más aceptable, la población que tendrá el país en un determinado tiempo futuro.

Se pretende que la actividad pueda ser útil para brindar a docentes, de los niveles educativos Terciario y Universitario, una mirada crítica en la enseñanza de la matemática con este tipo de herramientas.

PALABRAS CLAVE: Crecimiento poblacional, modelización, propuesta áulica con GeoGebra

INTRODUCCIÓN

El crecimiento poblacional o demográfico se define como el cambio que se produce en el número de individuos de una población, de cualquier especie¹, en un cierto plazo, y puede ser cuantificado como el cambio en dicho número usando “tiempo por unidad” para su medición. Es un fenómeno biológico ligado a la capacidad reproductiva de los seres vivos.

Los estudios del crecimiento de las poblaciones echan luz sobre la planificación de mejoras en el rendimiento, la producción, la calidad de vida, etc. de las distintas especies, pero también alertan sobre la explotación de los recursos naturales y la contaminación.

¹ El término Crecimiento poblacional o demográfico se refiere técnicamente a cualquier especie, aunque casi siempre alude a la humana.

Además, las determinaciones y predicciones del crecimiento poblacional aportan innumerables herramientas que permiten planificar condiciones de salud, producciones alimentarias y en general programas que ayuden al progreso de una especie. Estos estudios pueden realizarse a partir de diversos modelos matemáticos, según la población tenga o no crecimiento acotado, disponga o no de un nivel mínimo de individuos, esté expuesta o no a siembras y cosechas, crezca o no con ritmo uniforme, etc.

En este trabajo se propone dar respuesta a la cuestión: ¿Qué población tendrá la República Argentina en un determinado tiempo del futuro?

Para responder dicho planteamiento, se emplean y analizan distintos modelos, con el propósito de conseguir una estimación aceptable, tomando como datos los censos realizados en el país en los últimos años.

Abordamos el problema desde un entorno dinámico, utilizando el software GeoGebra. El análisis gráfico de los modelos de crecimiento poblacional, que realizamos con esta herramienta, permite encontrar un modelo que brinda una estimación aceptable del número de habitantes de la República Argentina en un determinado tiempo del futuro.

Pensando en un abordaje áulico de la tarea que nos ocupa, se concibe que los ambientes dinámicos diseñados con GeoGebra, pueden facilitar a los estudiantes la observación y la exploración de propiedades gráficas de los distintos modelos de manera más significativa.

LA TAREA Y SU RESOLUCIÓN

El trabajo consiste en obtener una estimación aceptable de la población que tendrá nuestro país en 2040. Para ello se analizan distintos modelos habitualmente empleados en el estudio del crecimiento poblacional de las especies.

De acuerdo con el INDEC², la población de Argentina en los censos realizados fue la siguiente:

Años	1869	1895	1914	1947	1960	1970	1980	1991	2001	2010
Población (en miles)	1.830	4.045	7.904	15.894	20.014	23.364	27.949	32.615	36.260	40.117

² El INDEC (Instituto Nacional de Estadística y Censos), es un organismo público de Argentina, de carácter técnico, que ejerce la dirección superior de todas las actividades estadísticas oficiales que se realizan en el país.

Modelo lineal

Se parte de un primer supuesto: “El crecimiento poblacional de Argentina ha sido lineal”. Esto es, se asume que cada año la población ha crecido en una magnitud constante.

Podría ser natural que un alumno de los primeros años del Nivel Superior pueda tener esta suposición, teniendo en cuenta el uso de modelos lineales en sus trayectorias escolares previas.

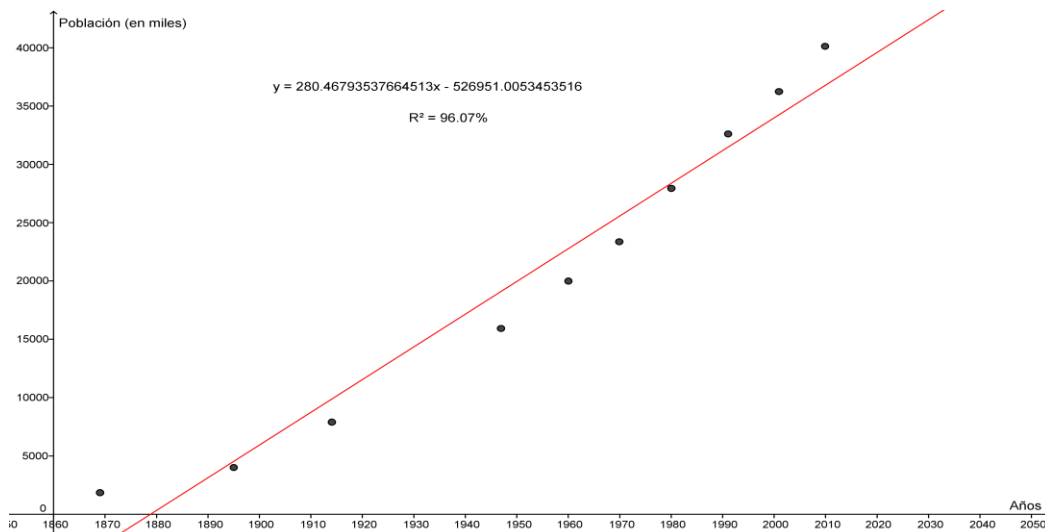


Gráfico 1: Ajuste lineal del crecimiento poblacional de Argentina

Se observa, en general, que la recta hace un ajuste bastante bueno de los datos. Su pendiente indica que, en promedio, a cada incremento de una unidad en el tiempo le corresponde un incremento aproximado de 280.470 habitantes. Para ciertos intervalos de tiempo el modelo lineal proporciona una cantidad de habitantes superior a la suministrada por los censos, mientras que en otros es inferior.

¿Cómo se puede saber si es bueno el ajuste de la recta? Existen diversas formas de resumir el grado en el que una recta se ajusta a una nube de puntos. Se podría usar la media de los residuos,

o la media de los residuos en valor absoluto, o las medianas de alguna de esas medidas, o alguna función ponderada de esas medidas.

Una medida de ajuste que ha recibido gran aceptación en el contexto del análisis de regresión es el coeficiente de determinación R^2 , el cuadrado del coeficiente de correlación múltiple. Se trata de una medida estandarizada que toma valores entre 0 y 1 (0 cuando las variables son independientes y 1 cuando entre ellas existe relación perfecta).

El coeficiente de determinación representa la proporción de la variación total de los valores de “y” que se pueden explicar por una relación lineal con los valores de “x”. $R^2 \times 100$ se puede interpretar como el porcentaje de la variabilidad de la variable dependiente explicada por el modelo de regresión.

De manera que el modelo lineal es un buen ajuste para esta distribución de datos, pues el coeficiente de determinación R^2 explica en un 96,07 % la relación entre las variables tiempo y población. Es decir, se estima que el 96,07% de las variaciones en la población pueden ser explicadas por variaciones en el tiempo. No obstante, para crecimientos poblacionales, los modelos lineales son aconsejables solamente en períodos cortos (6 meses, 1 o 2 años). Este modelo proyecta una población de 45.203.583 en el año 2040.

Si se observa el Gráfico 1 se puede advertir que la nube de puntos no está sobre una línea recta, pero sí sugiere que podría ajustarse un modelo polinómico, por ejemplo el cuadrático.

Nuevamente nos valemos de un software para realizar el ajuste y el cálculo del coeficiente de correlación, pues la intención es analizar modelos y su poder predictivo, más que realizar cálculos estadísticos.

Modelo cuadrático

Este modelo se constituye en un muy buen ajuste de esta distribución de datos, el 99,92% de las variaciones en la población pueden ser explicadas por variaciones en el tiempo. Visualmente puede apreciarse que es más adecuado que el modelo lineal. Pronostica una población de aproximadamente 56.316.942 habitantes en el 2040.

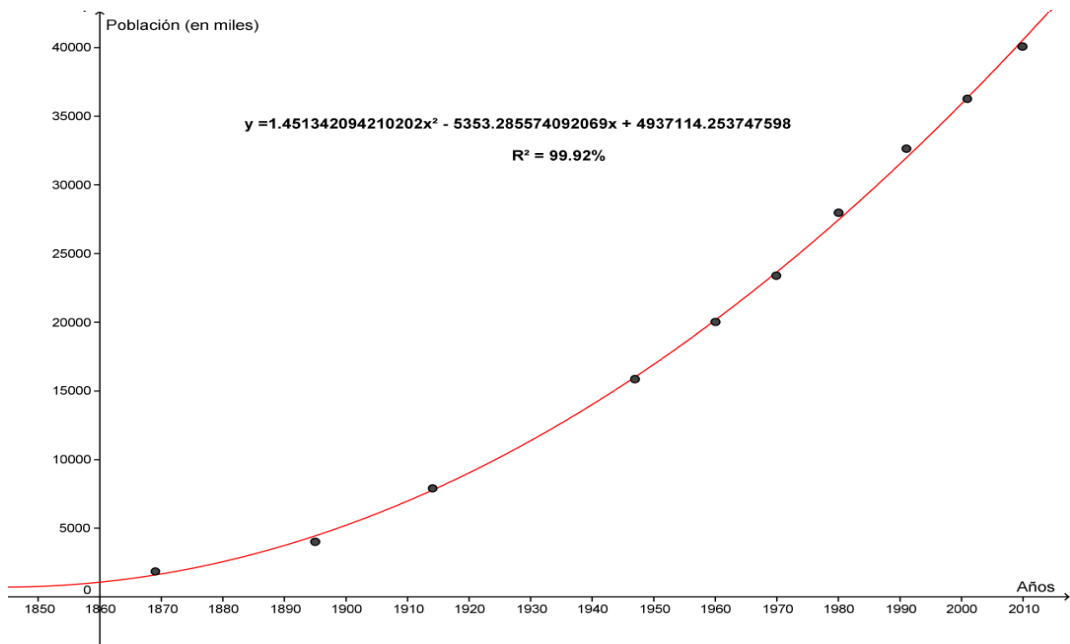


Gráfico 2: Ajuste cuadrático al crecimiento poblacional de Argentina

Modelo exponencial

Se considera seguidamente un modelo exponencial. Con la aplicación de una curva de tipo exponencial, se asume una tasa de crecimiento que se aplica a la población en cada infinitésimo de tiempo, y presupone una acumulación instantánea.

Este modelo no es tan adecuado como los anteriores, teniendo en cuenta que el coeficiente de determinación R^2 es de 90,16 %. Estima una población de cerca de 96.291.082 habitantes para el año 2040, cifra bastante alejada de las obtenidas recientemente.

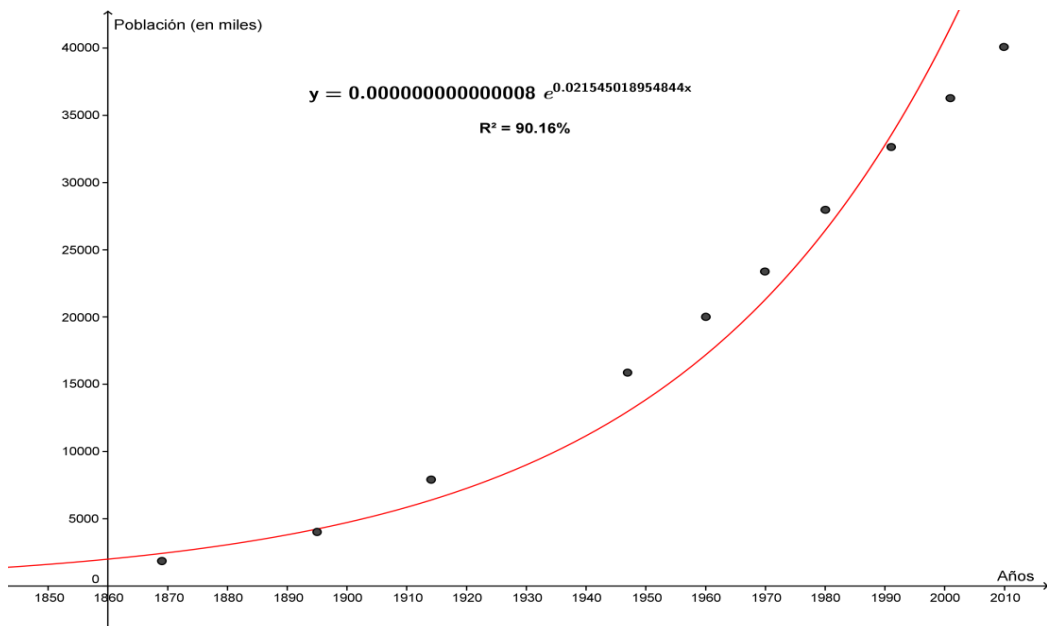


Gráfico 3: Ajuste exponencial al crecimiento poblacional de Argentina

Es importante destacar que en ausencia de limitaciones impuestas por el medio (espacios, alimentos, recursos energéticos en general), y teniendo en cuenta que las especies biológicas están dotadas para producir mayor número de descendientes que los necesarios para mantener el tamaño de la población, el crecimiento no tendría cota.

Los modelos anteriores pueden constituirse en importantes herramientas de predicción en estos casos y bajo las hipótesis enunciadas. Una población con muy pocos individuos prácticamente no enfrenta resistencia ambiental y, en consecuencia, su crecimiento es aproximadamente exponencial.

En los casos en que existan limitaciones del medio, como es el caso de la población humana en general, es necesario considerar otra modelización, como la que se indica a continuación.

Modelo logístico

A medida que la población crece, la resistencia ambiental aumenta porque los recursos disponibles empiezan a escasear y los residuos se acumulan. En consecuencia, el crecimiento de la población se desacelera, apartándose cada vez más del modelo exponencial. Cuando el tamaño de la población es igual a la capacidad de carga o sostenimiento, la tasa de crecimiento per cápita es cero y el tamaño de la población permanece en equilibrio.

Se llama capacidad de carga al máximo número de individuos que el ambiente puede soportar. En ocasiones, una población puede estar por encima de esta cota; cuando esto sucede, la tasa de crecimiento es negativa (la mortalidad es mayor que la natalidad) y la población disminuye. A veces, esto ocurre porque la capacidad de sostenimiento, en vez de permanecer constante, disminuye como consecuencia de cambios ambientales, inmigraciones, adaptación y resistencia ambiental con retardo, etc.

La fórmula siguiente corresponde al modelo logístico (Stewart, 1999):
$$P(t) = \frac{K}{1 + Be^{-At}}$$

La constante K representa el número de individuos que puede soportar un ecosistema sin sufrir un impacto negativo; es el valor que determina la línea de saturación del sistema. Esta constante recibe el nombre de capacidad de carga de una especie biológica en un ecosistema y representa el tamaño máximo de la población que ese ecosistema puede soportar indefinidamente en un periodo determinado, teniendo en cuenta los elementos necesarios disponibles en ese ambiente. El modelo logístico que se obtiene con el software GeoGebra para la distribución de los datos que estamos considerando es:

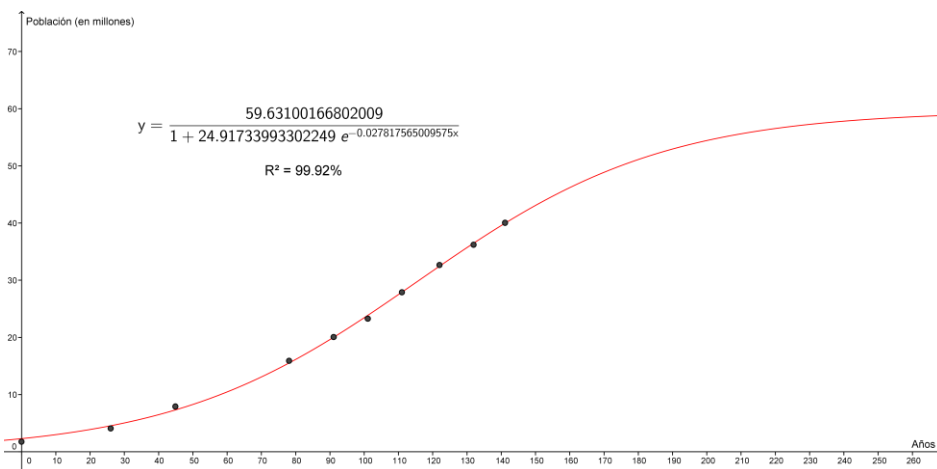


Gráfico 4: Ajuste logístico al crecimiento poblacional de Argentina

En este modelo R^2 es 99,92% por lo que el mismo puede considerarse un buen ajuste para la distribución de datos. Se estima que la población en el año 2040 será de cerca de 49.114.768 habitantes.

COMPARACIÓN DE MODELOS Y ANÁLISIS DE DATOS

Se realiza ahora una comparación y análisis de datos y modelos de ajustes. Se empieza por recuperar cada uno de los modelos abordados en un mismo gráfico (ver gráfico 5).

Se resaltan dos aspectos a tener en cuenta:

Los valores en años volcados en el eje horizontal (Gráfico 5) corresponden a la escala utilizada en el modelo logístico y representan los años transcurridos desde el primer dato de la tabla, es decir, desde 1869, considerado en el origen de coordenadas. Esto es, el tiempo está medido en años transcurridos a partir de 1869.

Los modelos matemáticos que se han utilizado anteriormente, como ya hemos visto, pueden ser usados para estimar la población en un momento determinado, ya sea en un momento entre dos censos o estimar la población en un momento futuro o pasado.

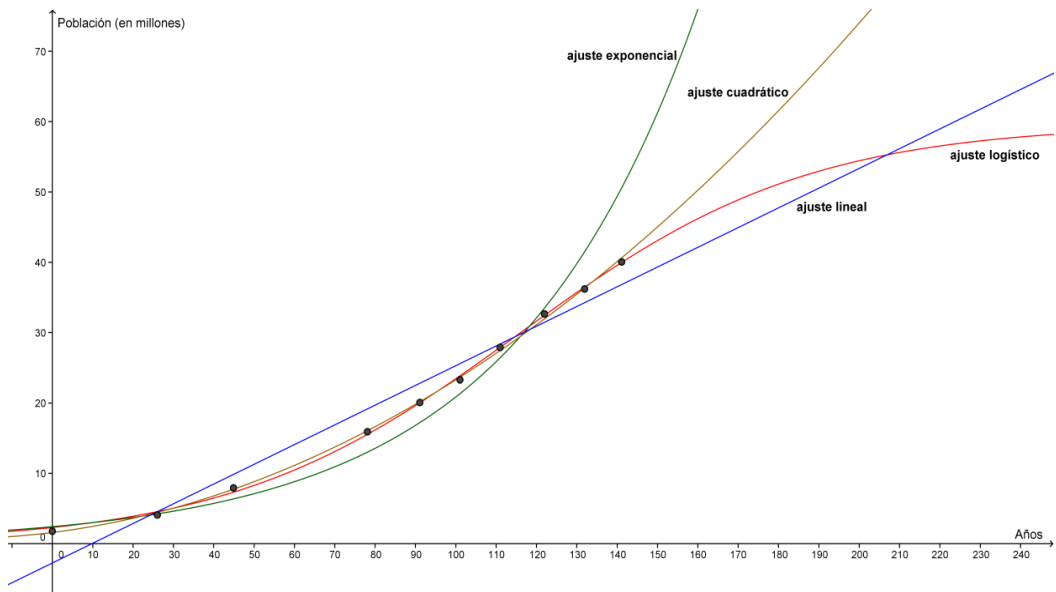


Gráfico 5: Diferentes modelos de ajustes al crecimiento poblacional de Argentina

Como se puede apreciar, existen importantes diferencias en las predicciones hechas por los diferentes modelos con respecto a la población de Argentina para el año 2040. Si tenemos presente la estimación realizada por la World Population Prospects database³, sobre la población del país en dicho año (53.728.000 habitantes), el dato proporcionado se encuentra comprendido entre los determinados por el modelo lineal y el logístico, lo cual se puede apreciar en el Gráfico 5 (cantidad de habitantes para tiempo igual a 171 años).

Si tenemos presente los resultados del censo 2010, difundidos por el INDEC, en Argentina viven alrededor de 40.117.096 habitantes, lo cual representa un 10,6% más que la década anterior. Esta cifra confirma que existe un crecimiento poblacional cada vez más lento, ubicando al país en una transición demográfica, lo cual significa que se aleja de los países de menor desarrollo, donde las tasas de crecimiento llegan al 3% anual, y se acerca a los países desarrollados, donde la tasa de natalidad es menor. La tasa del 10,6 % es esperable con las proyecciones que existían, las que estimaban un aumento de 1,5 % anual.

Así, la población argentina sigue creciendo, aunque con menor tasa de acuerdo con los últimos censos y entonces estaría en el tramo de retardo del ritmo de aumento del modelo logístico. Se podría interpretar que todavía falta bastante tiempo para que la población se estabilice. Como la población crece con menor tasa, el modelo lineal no daría una estimación aceptable del número de habitantes en un determinado tiempo del futuro, ya que el aumento de población no será uniforme.

Por estar en esta etapa de crecimiento y además por considerar un breve lapso de tiempo de estudio (1869 - 2010), los modelos lineal, exponencial y cuadrático se ajustan bastante bien a la distribución de datos. Si se aumenta este lapso de tiempo de estudio, quizás se puedan predecir mejores resultados.

CONCLUSIONES

A través del trabajo realizado se propuso dar respuesta a la pregunta: ¿Qué población tendrá la República Argentina en un determinado tiempo del futuro?, considerado dicho tiempo como el año 2040.

Se analizaron distintos modelos buscando una estimación aceptable, abordando el problema desde un entorno dinámico, utilizando el software GeoGebra, sin perjudicar el carácter dialógico y participativo de la propuesta, ya que la misma no finaliza con la construcción de las gráficas, sino

³ Anexo: Países por población futura (variante alta). Recuperado el 20 de julio de 2013 de [http://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Países_por_población_futura_\(variante_alta\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Países_por_población_futura_(variante_alta))

con un análisis crítico de las mismas y la obtención de un modelo que mejor se ajuste al crecimiento poblacional del país, en este caso el logístico. Con dicho modelo se estima que la población de Argentina en el 2040 será de 49.114.768 habitantes, cifra cercana a la predicción realizada por la referencia que hemos tomado de la World Population Prospects database.

El trabajo de estimación de la población argentina empleando ciertos modelos de crecimiento poblacional, podría servir como ejemplo para abordar tareas parecidas en las aulas de los primeros años de las carreras universitarias que involucran estas temáticas.

La interpretación de los modelos y la comparación de sus resultados, en función del objetivo que se persigue, puede resultar ser una tarea interesante. Específicamente, se podrían proponer tareas de predicción de la población en lapsos pequeños de tiempo y en otros mayores, comparar los resultados y extraer conclusiones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: El Zorzal.

Espina Marconi, L. (1984). *Serie de estudios económicos. Documentos de investigación*. Recuperado el 30 de marzo de 2013, desde www.bcentral.cl/estudios/estudios-economicos/pdf/serieestudios12.pdf

Medem, J. y Alvarez Nordese, R. (2009). *Ampliación de Análisis Matemático. Modelos para el crecimiento de poblaciones*. Recuperado el 9 de diciembre de 2012, desde <http://euler.us.es/~renato/clases/edo/files/tra-edo-edo-beamer-mod-pobla.pdf>

Stewart, J. (1998). *Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas* (Tercera edición). México: International Thomson Editores.

Stewart, J. (1999). *Cálculo. Conceptos y contextos*. México: International Thomson Editores. *World Population Prospects database*. Recuperado el 17 de mayo de 2013, desde [http://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Países_por_población_futura_\(variante_alta\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Países_por_población_futura_(variante_alta))