

EMPLEANDO LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA PARA EXPLICAR LA PROBABILIDAD

Kyriakos Petakos
Rhodes Tourism Academy (Grecia)
kpetakos@aster.edu.gr, kyrpet73@otenet.gr

RESUMEN

En el aula de hoy un docente afronta frecuentemente la indiferencia por parte de los estudiantes hacia la matemática. Esto pasa especialmente en aquellas audiencias, que no son destinadas a obtener un título matemático, sino que necesitan aprenderla como parte de un curriculum que los llevará al final de sus estudios. Entonces un refugio verdaderamente maravilloso para escaparse de la indolencia presentada emerge en emplear la historia de matemática, una historia rica y casi innata en la historia del propio ser humano.

El artículo presente se enfoca en un experimento llevado a cabo ante una mezcla de estudiantes de varios departamentos en la norteamericana Universidad de Cornell. Pero antes de que describamos lo ocurrido, sentimos muy fuerte la obligación de justificar el empleo de la historia por leyendas vivas de matemática de siglo 20.

Palabras clave: historia de la matemática, transmisión del conocimiento, diálogo socrático

EL PENSAMIENTO CONTEMPORANEO MATEMATICO HACIA SU HISTORIA

Irene Zapico en un artículo describe con sus propias palabras “*Habrán quienes opinen que es conveniente hacerlo, y tienen sus razones para pensar así, pero también habrá quienes no encuentran motivos para incorporar en las clases de matemática su historia.*” (Zapico, 2006)

Nosotros lo afirmaríamos de una manera poco más fuerte, hay quienes estén dispuestos a dedicarse a enseñar historia de la matemática como una arma imprescindible en el proceso de aprendizaje y aquellos que consideran algo así como debilidad de la existencia científica investigativa. Lo que queremos insinuar es lo que nos dijo el famoso matemático ruso Alex Helemskii (Helemskii, 2008): “*Se rumorea que en el mundo hay solamente dos grupos de matematicos, los que la investigan y los que la enseñan. La intersección de ellos es el conjunto vacío*”.

El señor Helemskii estaba seguramente de broma pero aún así revelaba el conflicto que caracteriza la moderna sociedad matemática sobre el valor y el peso de la investigación en la llamada enseñanza de la matemática (Patronis, 2008). Acá presentamos dos matemáticos pioneros

en sus regiones, cuyos comentarios forman una defensa irrefutable al empleo de la historia como parte fundamental de la matemática y su pedagogía.

Constantine Caratheodory (Spandagos, 2001) un analista muy destacado que aún expresaba su escepticismo hacia la Teoría de La Relatividad por Einstein, hablando ante una audiencia femenina del colegio Americano de Estambul el año 1921, sostiene:

“Durante la guerra mundial, no paraba de intercambiar opiniones y convicciones con los matemáticos franceses y los de Cambridge, porque las preguntas y conjeturas que nos preocupaban a lo mejor los unían antes la Guerra, seguían siendo y necesitaban inmediatamente su resolución. ¿Quién lo podría pensar? La enemistad tradicional entre Francia y Alemania se convirtió en polvo, cuando el pensamiento matemático intercedió. La pasión que une y siempre unirá a los matemáticos independiente de su origen nacional, de su religión, de su postura política y social es una fuerza aún no manejable por la propia voluntad del matemático que la posee. Para mi, la correspondencia-estamos muy lejos de la época de email- que intercambiamos cuenta mucho más que el resultado final, la demostración deseada, porque además de alimentarnos espiritualmente, nos acuerda de una vez por todas que somos seres humanos con carne y hueso y de ninguna manera criaturas nacidas para hablar su propio lenguaje y entender solamente una a la otra. Estoy totalmente convencido de que el estudiante de las generaciones que vienen, aún careciendo el estipulo matemático, viendo solamente los diálogos entre nosotros, se preguntará al menos a sí mismo si esta ciencia, a veces considerada injustamente fuente de pesadillas y torturas por su parte, tiene que ocupar un sitio en su carrera y a lo mejor en su vida. Esté o no esté partidario de nuestra maravillosa ciencia, solo preguntarse algo así será el éxito y el desafío que vosotras vais a enfrentaros”.

Eleni Andreadou graduada en 1924, secretaria general de la compañía eléctrica de Grecia bajo la administración británica, dijo que Caratheodory tenía planes de incorporar en la Universidad de Asia Menor en Izmir, un departamento de filosofía e historia de la ciencia. Para llevarlo a cabo, tuvo contactos con los filólogos y teólogos más destacados de Estambul-que demuestra una vez más la multidimensionalidad de su espíritu- de origen griego y con la comunidad sefaradita del suburbio Kuzguncuk (Bektas, 2003) , cuyo idioma era el castellano. Esta gente con su tendencia a ocuparse del mercado y la ciencia tuvo bibliografía amplia que había atraído el interés del gran matemático. Cuando una alumna de la audiencia del colegio le preguntó cómo iba a entender el contenido de las notas judías -Caratheodory hablaba muchas lenguas desafortunadamente no castellano- contesto así: *“Hay compañeros de trabajo que suelen tomar sus vacaciones en las Baleares, ellos me ayudaran”.*

Desde la época de Caratheodory, las Baleares ofrecieron un lugar idóneo para vacaciones a los profesores del Norte. Desafortunadamente la evolución histórica anuló la creación de la Universidad de Oriente Cercano en Smirna y el pánico producido por la derrota de los griegos condenó muchos libros y notas anecdóticas a la destrucción. Buscando detalladamente el archivo

de la señora Andreadou (Andreadou, 1956), Presidente de Alumni Sociedad del Colegio Americano Femenino, pudimos registrar los párrafos anteriores, que pueden utilizarse con la finalidad de convencer de aquellos que resisten tan testarudamente a aceptar la importancia del enseñar matemática recurriendo a su historia.

De 1921 venimos a 1988 en la Universidad estadounidense de Cornell, donde el fabuloso probabilista Frank Spitzer (Spitzer, 2001) nos confiesa en una entrevista en el salón de café:

A: Se dice que Usted es el más popular docente de la Teoría de la Probabilidad. ¿Nos lo puede explicar el porque?

S: Es simple, todos toman un A, se lo merecen al fin y al cabo por soportarme.

A: Es lastima que no le tengo como docente este semestre. Pero, de verdad , ¿a que Usted atribuye el éxito de su clase? ¿A una organización de detalle del material presentado, al escoger lo que es importante y enfocar en ello, a que?

S: Al compartir con mis alumnos los sufrimientos y las alegrías que he vivido produciendo matemática. Al contarles mi historia, que no es diferente que la historia de todos aquellos dedicados en la misma ciencia. Mi experiencia de adolescencia viviendo en Suecia ha marcado toda mi vida. Era la época, cuando Suecia, a causa de su neutralidad, fue el refugio de los intelectuales de Europa, de ascendencia judía o no. Allá viví de cerca el proceso de producir matemática por gente de carácter y talento variado. En mi memoria lo mantuve como un libro especial. Cada vez que me enfrento a una situación difícil en el aula, me refugio en el capítulo apropiado de ese libro, haciendo apriorísticamente la interconexión con lo que tengo que cubrir. Me parece tan natural sentir el aumento de interés de la clase, cuando aparece asociada, integrada y casi inductrinada por escuchar como un concepto se nació, se desarrolló, y finalmente se hizo material de enseñar. Aún la idea más simple no se les presenta como fruto de Espíritu Santo.

Lo que nos dejó casi sin palabra era su conocimiento de la historia griega y especialmente la bizantina, cuya importancia en el desarrollo de pensamiento matemático queda aún hoy en día sin descubrir, lo que nos causó la sed de investigar aquella época (Petakos, 2009):

S: Vuestros curas, o mejor diplomáticos de carrera vestidos de sacerdotes, estaban entre los más grandes matemáticos. He oído hablar de colecciones privadas en Estambul de hoy, que contienen esa riqueza intelectual que tiene que descubrirse a toda costa. Seguro que tiene que presentarse no solo a los matemáticos de Grecia, sino a todos que enseñan matemática. Solo de esta manera podemos convencer a la mayoría de nuestra audiencia-ese término se quedó indeleble en nuestra mente- y por lo menos disuadir a los negativamente dispuestos, que el alimento espiritual ofrecido por la matemática, va paralelamente con el alimento natural, porque ambos son innatos en la naturaleza humana.

ENSEÑAR MATEMÁTICA APLICADA FINITA 105 EN CORNELL

En una mezcla de estudiantes destinados a varios títulos como ecología humana, médico (en el estado de preparación premédica), abogado (en el estado de preparación prelegal) –según el sistema de educación terciaria norteamericana- la matemática posee un sitio necesario para que el alumno pueda finalizar los estudios y seguir con su carrera.

El curso Matemática Aplicada Finita 105 tiene el objetivo al introducirlos a los básicos conceptos de Matemática como los de matrices, las funciones exponencial y logarítmica, el cálculo de las probabilidades y estadística fundamental. Felizmente el uso de calculadora en el curso era limitado y así el pensamiento puro matemático formaba la base de la instrucción.

Después de un mes de trabajo didáctico, las palabras usadas por Cecilia Crespo (Crespo, 2009) suenan más que verdaderas. A la mayoría de nuestros estudiantes matemática significa una colección de símbolos y reglas que tienen que seguirse religiosamente. Para mayor facilidad, memorizan y aplican esas fórmulas y consideran así más amplios sus conocimientos. Un comentario habitual que demuestra esta actitud es el siguiente:

Alumno: Puede darnos una fórmula, la fórmula clave que vamos a usar en los ejercicios?

Así que matemática es sinónimo de la estrategia de resolver problemas y además resolverlos rápido y mecánicamente. El material de hoy es la definición de la probabilidad y algunas reglas asociadas con ella. Creo que Laplace no se enojará por ignorar temporariamente su obra maravillosa para causar el estímulo apropiado de los estudiantes.

Para suscitar el diálogo socrático, método de elenchus, (Guthrie, 1968) les preguntamos qué significa para ellos el concepto de la probabilidad. Sus respuestas son bastante interesantes:

A₁: Una fracción que toma valores entre 0 y 1.

A₂: Y si lo hacemos error, perdimos toda la nota.

(En este punto la clase esta riendo)

A₃: A mí me gustaba tanto aprenderla porque se aplica a juegos de azar y soy de New Jersey (donde esta el famoso Atlantic City)

P: Bueno veo que tiene alguna idea de que se trata. Pero el concepto de la probabilidad ha ocupado un lugar importante en la mente de gente sofisticada hasta la época del medioevo y aún antes de ella. Y sabéis que un sacerdote, un cardenal de la iglesia católica, intento definirla.

A₂: Los sacerdotes tenían tiempo amplio por ocuparse. Era su forma de vida, su única dedicación. ¿ Por qué nos torturan aun hoy en día con sus descubrimientos?

A₃ : A mí me encantaba oír las hazañas de Jesuitas respecto a geometría, aunque jamás de los jamases podría llegar a esas conclusiones.

P: Y si conociérais cómo Besario, el cardenal mencionado, se esforzó para llegar a algo así, entenderíais qué significa dedicarse en un objeto científico. Siendo candidato por el puesto de Papa y compartiendo la angustia por serlo, se refugió en su ciencia preferida por contar o al menos intentar sondear la posibilidad de ser el próximo Papa.

A₂ : Esto me serviría para ganar las elecciones que vienen por la presidencia de la clase

P: ¿ Porque no? Su pensamiento se formó del modo siguiente. Contó los que estaban en su favor y los que estaban en su contra .Después simplemente escribió una fracción, cuyo numerador era el número de los que estaban en favor y denominador el conjunto. ¿Esa no es la definición que habéis escuchado en clase?

A₁ : Sí, pero seguro no de esta manera.

A₂ : Viendo la probabilidad en juego de poder me interesa bastante. Ojalá que aquellas reglas difíciles de las operaciones de conjuntos tuvieran su principio en situaciones semejantes. Las estudiaríamos más fácilmente.

(Se refiere a las reglas de la unión e intersección de los eventos que acompañan habitualmente la introducción a la probabilidad)

P: Seguro que lo habrá pero en los manuscritos del cardenal no pude encontrar algo así. Pero si piensas que en la vida cotidiana las situaciones de “y” (intersección) y de “o” (unión) son imprescindibles, estas reglas seguro que emanan de la vida propia. Hijos, los matemáticos, no somos criaturas que producen por producir, siempre tomamos inspiración aun de las cosas más sencillas. Lo que a veces nos parece tan sencillo y fácil, siempre esconde debajo algo más complicado, al que el pensamiento matemático tiende a descubrir.

A₁ : Entonces la matemática tiene su origen en situaciones reales,¿ correcto?

P: Sí que es correcto. Y además requiere la colaboración humana fuera de nacionalidad, de religión y factores discriminantes parecidos . Lo que escribió Besario en griego pasó al mundo occidental en el lenguaje español, el lenguaje materno de los judíos del Mediterráneo, los llamados sefaraditas.

A₅ : (una estudiante colombiana, cuya familia pertenece a las mas destacadas de su país con una tradición larga de estudios en EU) A mí me llena de orgullo el camino de la transmisión de conocimiento por el idioma español. Nunca había oído en mis años escolares en Colombia, que esa gente (sefaradita) usaba entre ella el castellano.

A₆ : pero el cardenal encontró refugio a Italia. Así que los italianos participamos positivamente en el proceso de la evolución científica.

Ese aumento de orgullo nacional en el aula diaria da una sensación estupenda. Especialmente en el día de hoy, donde nuestras clases se llenan de varias minorías, emplear el ambiente

sociocultural de la clase, interconectado con la historia rica de matemática, parece tan eficaz en el proceso de aprendizaje. No olvidemos que en los Estados Unidos la presencia amplia de gente hispanohablante se ha usado adecuadamente para promover la enseñanza de nuestra ciencia (Marta Civil, 2001).

EPÍLOGO

Cerrando el artículo de arriba, intentaremos articular algunas palabras no sostenidas por la investigación estadística y cuantitativa sino por el contacto humano cara a cara haciendo matemática ante la pizarra. Hubo una época cuando el credo de los docentes de matemática era lo siguiente: *Para enseñar matemática efectivamente se requieren exactamente tres cosas: saber matemática, matemática y matemática.*

Desafortunadamente o felizmente la situación contemporánea no justifica una actitud similar. Hay personas honradas con medallas por sus descubrimientos y cuando se encuentran en el aula están completamente ausentes, alejados de sus estudiantes, aislados en un nivel de ciencia muy avanzado pero inalcanzable para la mayoría de su audiencia, los alumnos. Enseñan porque tienen que justificar parte de su sueldo que solo basado en sus hazañas científicas no tiene sentido. Como es importante intentar abrir nuevos caminos y horizontes científicos, tan importante es también esforzarse en transmitir un porcentaje de tu conocimiento a las audiencias que se encuentran ante ti. Naturalmente se necesita talento por llevar a cabo algo así, pero creer en la importancia de ejecutar algo así es la clave para dar una buena clase.

Somos seres humanos con una cierta disposición a transmitir esa maravillosa ciencia. Muchas veces entramos en la clase casi perdidos en una cadena de suposiciones y conjeturas que nos preocupan por días y casi nos absorben. Esa es una parte de nuestro papel en el siglo 21 como matemáticos. La otra consiste en enseñar a los demás y especialmente a aquellos, que por alguna razón no comparten nuestra pasión por la matemática, a la hermosura de lo que les presentamos y a la alegría que significa crear matemáticamente. De ninguna manera esperemos que la mayoría se convierta en gente investigadora de futuro, sino estaremos satisfechos con nuestros mismos al contribuir a formarse un comportamiento hacia matemática. Un comportamiento, según el que nuestros alumnos o aún sus descendientes desarrollarán un pensamiento crítico sobre el lugar que matemática ocupa o puede o tiene que ocupar en su vida estudiantil y más allá de ella.

El uso de la historia de la matemática está destinado a ese fin presentando maravillosamente la ciencia desarrollada dentro la sociedad con sus problemas y sus amenidades, al lado de ser humano en la dicha y la desdicha, conectada con el tiempo bueno o malo y el espacio de los alrededores. Cada país tiene su propia cultura, sus propios orígenes de civilización. Es verdaderamente compensante encontrarlos, trabajar con ellos casi de manera agotante y esforzarse involucrarlos en el proceso de aprendizaje matemático. Nos hace sentir más seguros ante nuestra audiencia el hecho de que estamos incorporados en una sociedad internacional, de que lo que elegimos como camino de vida puede justificar el que nos denomenen ciudadanos de mundo. La

juventud de hoy comparte profundamente la idea de un mundo sin fronteras, ese mundo se les presenta en el aula matemática usando adecuadamente su rica historia. Que no perdamos esa buena oportunidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Andreadou, E. (1956). *Archivo personal*, Kolonaki, Atenas
- Bektas, C. (2003). *Kuzguncuk* (en Turco), Istanbul.
- Civil, M. (2002). Building on community knowledge: An avenue to equity in mathematics education, *N. Navir & P. Cobb (Eds.) Imposing access to mathematics : Diversity and equity in the classroom*, p. 105-117, Teachers college press.
- Crespo, C. (2009). Acerca de la comprensión y Significado de los números Irracionales en el aula de matemática. *Premisa*, 11(41), 21-30.
- Guthrie, W.K.C. (1968). *The Greek Philosophers from Thale to Aristotle*, London: Routledge.
- Helemskii, A. (2008). *Entrevista personal tomada en Atenas*, Patissia Atenas.
- Patronis, A. (2008). Perspectives in teaching Calculus in the 21st century, Univeristy of Athens, Panhellenic Conference of Mathematical Analysis.
- Petakos, K. (2009). Mathematical thought *before* the Fall of an Empire: the Cardinal Bessarion's vita sum numa et arte Plato. *Matematicas Ensenanza Universitaria*, p.71-77.
- Spandagos, E. (2001). La vida y la obra de Constantine Caratheodory (en Griego), Ethra Edicion, Atenas.
- Spitzer, F.L (2001). Principles of Random Walk, Graduate texts in Mathematics, 2nd edition, Springer-Verlag.
- Zapico, I. (2006). Enseñar Matemática con su Historia. *Premisa*, 8(29), 3-8.