

LA NOCIÓN DE MEZCLA ALEATORIA DE NIÑOS CON DISCAPACIDAD MENTAL

José Marcos López Mojica
CAM 18, DME-Cinvestav
México
j.m.lopez@live.com.mx, jmlopez@cinvestav.mx

RESUMEN

Sectores de nuestra población con características perceptuales diferenciadas son marginados por la escuela, y en consecuencia se desconocen sus desempeños y necesidades respecto a los contenidos matemáticos, en particular a temas relacionados con probabilidad. En este trabajo se presenta un estudio realizado con niños con discapacidad mental, a los cuales se les presenta una actividad diseñada por Piaget para describir la idea de mezcla aleatoria, los elementos teóricos que se consideran son los estadios propuestos por el autor. Resultando que los niños se encuentran en el estadio de las operaciones concretas e identifican la irreversibilidad de la mezcla.

Palabras Clave: Mezcla aleatoria, discapacidad mental.

INTRODUCCIÓN

La necesidad de proporcionar al individuo una cultura matemática integral, requiere de la inclusión de temas probabilísticos y de estadística en la escuela regular. Más aún, el tratamiento de temas Probabilísticos en etapas tempranas es pertinente como lo plantean Limón (1995), Gurrola (1998) y Ojeda (2006). En ese mismo sentido, plantear situaciones aleatorias desde preescolar Piaget (1982) lo establece necesario.

Por otra parte, a partir de la última década, sectores de nuestra población con características perceptuales diferenciadas fueron incorporados a la escuela regular, a pesar del desconocimiento de sus necesidades respecto a los contenidos matemáticos. En particular comunidades integradas por personas con audición diferenciada (Garnica, 2006), son poco atendidas en el ámbito escolar y se desconocen sus necesidades educativas respecto a temas de probabilidad (López-Mojica y Ojeda, 2007).

Por lo anterior, el estudio cualitativo, se enfocó a indagar sobre la noción de mezcla aleatoria de niñas mexicanas [8-11 años] diagnosticadas discapacidad mental (según la OMS, citado en INEGI, 2004) y con problemas de lenguaje de un Centro de Atención Múltiple.

El trabajo tuvo como objetivo identificar características cognitivas de tres niñas con síndrome Weber, retraso mental y epilepsia, mediante entrevistas individuales acerca de la mezcla aleatoria, esto como situación distintiva de la intervención del azar, en el sentido planteado por Piaget e Inhelder (1951).

ELEMENTOS TEÓRICOS

De acuerdo a los estudios de Piaget e Inhelder (1951), para que el niño sea capaz de comprender las nociones probabilísticas se requiere un desarrollo completo de las estructuras del pensamiento. Los autores propusieron artefactos productores de mezclas aleatorias para investigar sobre la idea de azar en el niño; la concepción de la mezcla aleatoria como irreversible y progresiva significaría el reconocimiento de la reversibilidad de las operaciones y la comprensión de lo que es el azar.

Los resultados de Piaget se resumen en que el desarrollo mental operatorio pasa por tres estadios, el de las *intuiciones*, el de las *operaciones concretas* y el de las *operaciones formales*. Específicamente para la probabilidad, la conclusión es que la noción de azar no es innata, sino que se descubre gradualmente, en correspondencia con la adquisición de las operaciones concretas. En la medida en que se desarrollan las operaciones reversibles en el niño, éste irá adquiriendo la idea de azar, presente en fenómenos irreversibles e indeterminables (Piaget e Inhelder, 1951). El tipo de operaciones que el sujeto emplea primordialmente para asimilar la noción de azar, son las llamadas combinatorias: combinaciones, permutaciones y arreglos (Ojeda, 1986).

Concretamente respecto a la mezcla aleatoria según Piaget e Inhelder (1951), en el estadio de las operaciones *preconcretas* (4-7 años) el niño aún no ha elaborado la reversibilidad de las operaciones ejecutadas sobre los objetos, en contraparte con la irreversibilidad de lo aleatorio. En este estadio, el niño explica la situación azarosa como cosa natural, que tiene que suceder porque “así es”, porque así sucede, además de dar una explicación a la situación aleatoria según lo aprendido por la experiencia y no porque lo deduzca de una operación combinatoria. El niño no concibe los resultados de la mezcla aleatoria como un sistema de combinaciones, permutaciones o arreglos lógicos aritméticos; únicamente se basa en combinaciones empíricas, sin sistema, efectuadas por simple tanteo. En el estadio de operaciones *concretas* (8-10 años), el niño está en condiciones de diferenciar lo posible de lo necesario si ha elaborado operaciones lógico aritméticas y espacio temporales, con carácter reversible, para comprender la irreversibilidad que implica la mezcla aleatoria. El estadio de las operaciones *formales* (11 años en adelante) se caracteriza porque el niño requiere poner en relación los elementos de un conjunto de posibles con los elementos de otro conjunto de posibles, definiendo el total de las relaciones posibles de agrupamiento y un sistema único, por lo que se necesita la formación de operaciones de segundo orden y de una lógica proposicional que dé cuenta de todas las relaciones posibles del sistema. En relación a la mezcla aleatoria, el niño concibe los resultados de la mezcla aleatoria como un sistema de combinaciones, permutaciones o arreglos lógicos aritméticos.

MÉTODO

La investigación fue de carácter cualitativo y el método fue la aplicación de entrevistas semiestructuradas. El instrumento fue un guión de preguntas referidas a la mezcla en la bandeja, e incluyó la petición del dibujo de la situación. La técnica fue la videograbación y la transcripción de sesiones de interés para su análisis, las entrevistas se desarrollaron en cámara de Gesell por separado.

Los casos fueron, por sus iniciales, **M** con síndrome Weber, **I** epilepsia y **K** retraso mental leve. Los guiones se modificaron según las condiciones de cada entrevistado; por ejemplo para **M**, por sus episodios de irritabilidad, se interrumpía la secuencia de preguntas cuando se notaba que se estaba alterando. Para el caso de **K**, con lenguaje limitado, las entrevistas se realizaron completas, lo cual favoreció las expresiones corporales. Para **I**, sólo se logró plantearle las preguntas en la primera mitad del guión, ya que fue frecuente su falta de *atención* y por cualquier cosa se distraía.

El guión de preguntas y demandas para el desarrollo de las entrevistas semiestructuradas individuales en cámara de Gesell es:

- ¿Cómo quedarán las canicas después de un balanceo?
- ¿Y después de dos, cinco, siete, o cincuenta balanceos?
- Dibuja la posición de las canicas, las trayectorias de las canicas, después de cada balanceo.
- ¿Quedarán las canicas en la posición inicial si balanceo la bandeja muchas veces?
- ¿Cuándo es más fácil que queden en la posición inicial, cuando tengo 4 de cada color ó 50 de cada color?

La situación fue adaptada a la población bajo estudio. La adaptación consistió en incorporar a la observación dos características de la población: la *comunicación* durante el desarrollo, entendida a la manera de Steinbring (2005), y el *lenguaje limitado* como consecuencia de las características de las niñas.

LA MEZCLA ALEATORIA

La actividad se deriva de la situación propuesta por Piaget e Inhelder para su investigación sobre el desarrollo en el niño de la idea de mezcla aleatoria, en su obra *La Génèse de L'idée de Hasard Chez L'enfant* (1951). Como productor de mezclas aleatorias se emplea, en nuestro estudio, una bandeja de madera con dimensiones de 35 cm de largo, 15 cm de ancho y 4 cm de alto, susceptibles de balanceo, con 14 canicas del mismo tamaño, de dos colores en igual proporción (siete azules y siete verdes), colocadas en un lado de la bandeja y libres de rodar al lado opuesto en cada balanceo (véase Figura 1). El material fue modificado debido a que según los resultados de Gurrola (1998) la división que tiene la bandeja original es un obstáculo en los niños para identificar la mezcla en la misma.

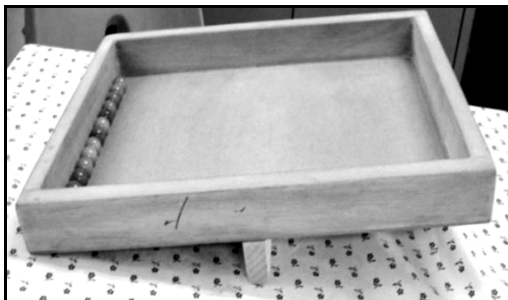


Figura 1. Dispositivo para el estudio de la idea de mezcla aleatoria.

La actividad privilegió la idea de azar sobre otras ideas implicadas utilizando un número relativamente grande de canicas, por el cual resulta muy difícil la anticipación de un acomodo particular de ellas al cabo de un balanceo de la bandeja. En efecto; el número (N) de maneras en que las 14 canicas indistinguibles, excepto por el color, se pueden acomodar en los 14 lugares disponibles para ellas es:

$$N = C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{14!}{7!7!}; r \leq n.$$

$$N = 13 \times 11 \times 8 \times 3 = 3432.$$

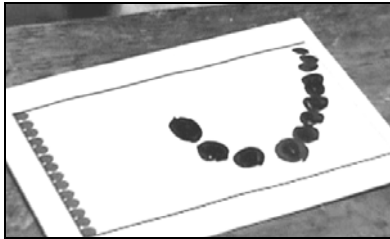
RESULTADOS

Respecto a los estadios de Piaget e Inhelder (1951) sobre la mezcla aleatoria, las niñas se encuentran en el de las operaciones concretas, pues sus dibujos sugieren la noción de permutación. Identificaron la irreversibilidad de la mezcla. Se notó problemas con el adverbio “más”, pues las repuestas de las niñas aludían a la cantidad de las canicas, más no a la posibles posiciones.

Fue muy clara la *noción de cantidad* en las niñas, pues en episodios de las entrevistas se nota cuando asignan el valor del numeral al conjunto de canicas. También se distingue la noción de conteo de *uno en uno*.

a. Noción de permutación

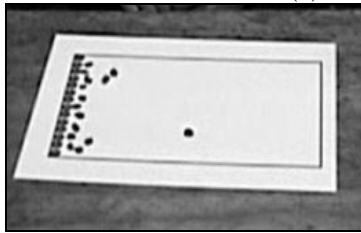
La petición de previsión del dibujo ante cierto número de balanceos de la bandeja propició que las niñas se percataran de distintas posiciones posibles de las canicas, a lo que también contribuyó el dibujo de las trayectorias.



(a) Producción de **K**.



(b) Producción de **I**.



(c) Producción de **M**.

Figura 2. Previsión de las canicas ante un balanceo.

Cuando se pidió la anticipación de la posición de las canicas ante *un* balanceo, tanto las respuestas de **K** como las de **I** mantuvieron un patrón de alternancia de canicas azules y verdes (véanse Figuras 2-a y 2-b), pero la primera producción de **M** sugirió la identificación de la mezcla en la bandeja.

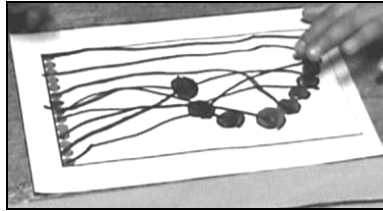
Los dibujos de **K** y de **I** corroboraron lo que Piaget e Inhelder (1951, p.23) señalaron acerca de que los niños en el estadio de operaciones concretas tratan de buscar un orden dentro del desorden, pero que esta idea se tiene que superar con un número muy grande de balanceos al cabo de los cuales los niños identificarán el desorden. Sin embargo, aparentemente **M** identificó el desorden sólo al principio.

Para asegurar que las niñas comprendieran la petición de trazar las trayectorias de las canicas, una táctica seguida en la entrevista consistió en dejar rodar sobre un papel de estraza una canica mojada para que ésta dejara el rastro de su trayectoria (ver Figura 3).

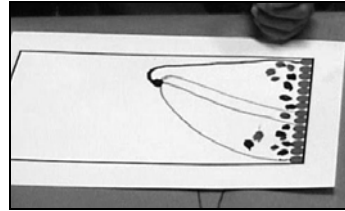


Figura 3. Orientación hacia la identificación de las trayectorias.

Entonces, para los casos **I** y **M**, la palabra “caminitos” se utilizó para designar a las trayectorias de las canicas; sus producciones de las trayectorias mantuvieron el orden de las canicas. Para **K**, la palabra que designó a las trayectorias fue “manchitas”; también mantuvo el orden de las canicas en sus dibujos de las mismas (véase Figura 4-a). Pero **M**, en el suyo, indicó el arribo de las canicas a un mismo punto, una especie de choque de las canicas (véase Figura 4-b); al parecer la táctica de identificación del rastro de la canica mojada dejado a su paso confundió a la niña, así que, después de haber realizado su primer dibujo de las trayectorias, se volvió a aplicar.



(a) Producción de **K**.



(b) Producción de **M**.



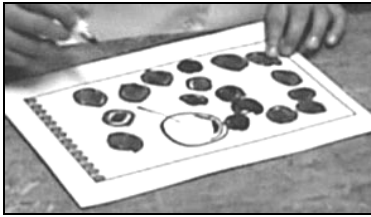
(c) Producción de **I**.

Figura 4. Producción de las trayectorias de las canicas ante un balanceo.

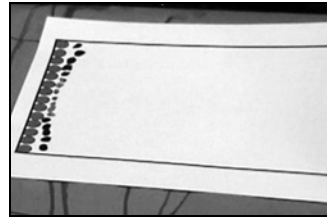
En la entrevista, **I** presentó momentos de distracción y cuando se le pidió que trazara las trayectorias de las canicas dibujó canicas agrupadas (véase Figura 4-c).

b. Identificación de la mezcla

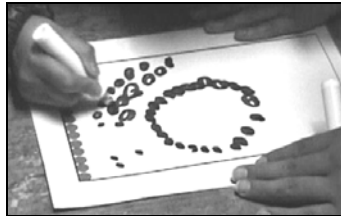
A la demanda de la previsión de las canicas ante muchos, muchos balanceos, con dibujos que sugieren su identificación de la mezcla en la bandeja, **K** dibujo canicas mezcladas (véase Figura 5-a). **M** dibujó las canicas con cierto orden (véase Figura 5-b). **I** dibujó más canicas de las que se tenían en la bandeja, verdes en círculos y las azules con desorden (ver Figura 5-c).



(a) Producción de **K**.



(b) Producción de **M**.



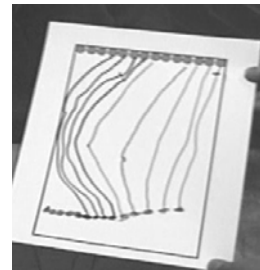
(c) Producción de **I**.

Figura 5. Previsión de las canicas ante muchos, muchos balanceos.

Cuando se pidió las trayectorias que dieron lugar a esas posiciones. **K** mantuvo la noción de mezcla en la bandeja, **M** indicó orden en las trayectorias de sus dibujos (véase Figura 6), la entrevista para **I** se interrumpió por sus episodios de distracción.



(a) Producción de **K**.



(b) Producción de **M**.

Figura 6. Producción de las trayectorias de las canicas ante muchos balanceos.

Conforme incrementó el número de balanceos en la bandeja, **M** y **K** identificaron la *irreversibilidad de la mezcla*, lo cual según Piaget, es favorable para el desarrollo de la idea de azar. A excepción de **I**, ya que el componente cognitivo de atención no permitió el desarrollo de la entrevista completa.

c. Irreversibilidad de la mezcla

En las preguntas planteadas del tipo: ¿cuándo es *más fácil* que las canicas regresen a su posición inicial? Se exhibió una confusión con el adverbio *más*, pues la pregunta planteada causó dificultad para que la contestaran, las respuestas obtenidas se refirieron a las cantidades de las canicas [227, 229] en lugar de las probabilidades:

- [224] E: Entonces, ¿es *más fácil* o *más difícil* que las canicas regresen a su posición inicial cuando hay muchas canicas? ¿Hum? ¿Es más fácil o más difícil?
- [225] M: ¿Qué?
- [226] E: ¿Es *más fácil* o *más difícil* tener muchas canicas y mover la bandeja para que las canicas queden agrupadas por color? ¿Cuándo es más fácil? ¿Cuando tengo muchas o cuando tengo poquitas?
- [227] M: *Mucha* [sonríe].
- [228] E: ¿Cuando son muchas es *más fácil* que queden, cuando yo mueva la bandeja, de un lado las azules y del otro las verdes, agrupadas por color? ¿Cuando son muchas o cuando son poquitas?
- [229] M: *Muchas*.

Entonces, se prosiguió con la entrevista y se pidió a las niñas que balancearan y observaran lo que sucedía en la bandeja; cuando había sólo cuatro canicas de dos colores, identificaron que al balancear la bandeja muchas veces, de algunos balanceos las canicas tomaban su posición inicial. Se les volvió a preguntar cuándo era más posible que las canicas regresaran a la posición inicial, cuando eran muchas o cuando eran pocas canicas, y al interactuar con el material las alumnas se percataron de la irreversibilidad de la mezcla de canicas en la bandeja [331, 334]:

- [329] E: ... entonces ¿cuándo es *más fácil* que las canicas queden, todas la verdes de un lado y todas la azules del otro, cuando son muchas o cuando tengo poquitas?
- [330] K: ¡Muchas... poquitas...! [expresando con las manos muchas y con los dedos poquitas].
- [331] E: ¿Cuándo? ¿cuándo es *más fácil*?
- [332] K: ¡Poquitas! [indicando con los dedos, índice y pulgar, poquitas].
- [333] E: ¿Cuando son poquitas?
- [334] K: ¡Sí!
- [335] E: Cuando son poquitas ¡verdad!, ¡gracias K!

d. Noción de cantidad

La noción de número estuvo directamente implicada en las preguntas planteadas en las entrevistas. Se utilizó el *conteo de uno en uno*, cuando se referían a las canicas de la bandeja, y a la noción de *cantidad*, por ejemplo, se preguntó a las alumnas sobre el número de canicas

contenidas en la bandeja para obtener datos sobre si reconocían el orden y el conteo de los números naturales.

Para el caso de **M**, dio evidencia de orden, así como de conteo; para el caso de **I**, cuando se le preguntó sobre cuántas canicas había en la bandeja (véase Figura 7), de manera inmediata inició su conteo por asignación [2, 8]:

- [1] E: Tenemos canicas y una bandeja de madera. Vamos a contar; ¿cuántas canicas tenemos? [señalando las canicas de la bandeja].
- [2] I: *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, ¡siete!* [contando las canicas azules].
- [3] E: Siete, ¿de qué color?
- [4] I: ¡Verdes!
- [5] E: Y éstas, ¿de qué color son?
- [6] I: ¡Azul!
- [7] E: Y ¿cuántas tenemos?
- [8] I: *Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, ¡siete!* [sorprendida].
- [9] E: ¿Qué? ¿Cuántas tenemos?
- [10] I: ¡Siete!
- [11] E: Siete azules y siete verdes. ¿Dónde están las verdes y dónde están la azules?... Todas éstas son las... [señalando el grupo de canicas verdes].
- [12] I: ¡Verdes!



Figura 7. Conteo de canicas por parte de I en la entrevista.

K identificó la cantidad de canicas de cada tipo aparentemente sin contar, pero cuando se le preguntó por un color determinado, insistió en la cantidad de canicas de ese color [4, 8, 10]:

- [1] E: Aquí [señalando en la bandeja], ¿cuántos colores de canicas tenemos?
- [2] K: ¡Siete!
- [3] E: ¿Qué color es éste? [Señala el grupo de canicas azules].
- [4] K: ¡Siete!...

- [5] E: Son siete canicas, pero ¿qué color es? [refiriéndose a las canicas azules].
- [6] K: ... ¡quí! [señalando en la bandeja el grupo de canicas verdes].
- [7] E: Ésas ¿de qué color son? [señalando el grupo de canicas verdes].
- [8] K: ¡Siete!...
- [9] E: Éstas ¿de qué color son? [señalando las canicas verdes].
- [10] K: ¡Siete!...
- [11] E: ¿Ésta de qué color es? [tomando una canica verde].
- [12] K: ¡Siete... mor!
- [13] E: ¿Cómo?
- [14] K: ¡Siete...mor!
- [15] E: A ver, ¡vuélvelo a decir fuerte, porque no te oigo!
- [16] K: ¡Siete mor! [gritando].
- [17] E: Ésta, ¿de qué color es? [tomando una verde].
- [18] K: ¡Verde! [distráida, observa por la ventana].

e. Esquemas compensatorios

Se les solicitaba a las niñas observar lo sucedido en la bandeja al cabo del primer balanceo, se pretendía la orientación hacia la noción de la mezcla, ello evidenció el uso de esquemas compensatorios en el sentido planteado por Vygotski (1997).

Para el caso de **K**, sus esquemas compensatorios activados fueron el perceptual visual y el perceptual auditivo; además favoreció a expresiones corporales en sus respuestas. Cuando se le preguntó sobre la posición de las canicas, ella respondió aludiendo a los *choques* [33, 35, 38]:

- [34] E: ¿Qué pasó con las canicas?
- [35] K: Mmm... ¡pam qui! [Juntando los dedos índices de ambas manos, señala después el lado de la bandeja donde quedaron las canicas].
- [36] E: ¡Aah!... ¡pamn qui!... ¿qué es eso?
- [37] K: ¡Pamn qui! [acerca la cara a la bandeja y mueve las canicas].
- [42] E: ¿Viste qué hizo ésta?... ¿Qué hizo? [señalando una canica verde cuyo rebote fue pronunciado].
- [43] K: fffa... fffa [uniendo los dedos índices de ambas manos].
- [44] E: Chocó.
- [45] K: Sí.
- [46] E: Y después ¿qué hizo?... ¿Cuándo chocó qué hizo?
- [47] K: ffi...así [golpeando una canica en la bandeja].



Figura 8. Expresión corporal aludiendo a choques. Entrevista a **K**.

CONCLUSIONES

Cada caso de entrevista implicó un tipo particular de tratamiento de la idea de mezcla aleatoria, ello obedeció al diagnóstico médico específico de cada entrevistado y a la heterogeneidad de la población. Se consideró importante que las niñas manipularan el material concreto, pues ello favorecería su experiencia con situaciones donde interviene el azar.

Las respuestas de las niñas a las preguntas de la situación aleatoria que se les planteó fueron favorables. Para el caso de **M** y **K** advirtieron la irreversibilidad de la mezcla. Como establecen Piaget e Inhelder (1951), la identificación de la irreversibilidad de la mezcla favorece la adquisición de la *idea de azar* en los niños. Por tanto, se ubicó a las niñas en la etapa de las operaciones concretas respecto a esta idea.

De las expresiones espontáneas en las respuestas de las niñas durante las entrevistas, se identificaron esquemas compensatorios cuya utilización evidenció sus nociones de estocásticos. Tal fue el caso de **K** cuando identificó choques entre las canicas y de las canicas contra las paredes de la bandeja.

De las entrevistas realizadas a las alumnas, se obtuvo evidencia de la adquisición de nociones de combinatoria, pues la producción de sus dibujos aludía a la comprensión de la idea.

La noción de número estuvo implicada en las preguntas, con la petición del *conteo de uno en uno* de las canicas; y la *noción de cantidad* se evidenció también, pues al preguntar sobre la facilidad de volver a obtener la posición inicial de las canicas en la bandeja, para cantidades de 50 canicas o de cuatro canicas, en un principio las respuestas de las niñas dependieron de la cantidad; es decir, a mayor número de canicas es más fácil que regresen a su posición inicial.

Se utilizaron dibujos que aludían a la bandeja, que fungieron como hojas de control, donde las niñas dibujaban la previsión de la posición de las canicas y las trayectorias de las mismas ante la petición de su producción. Sus dibujos indicaron nociones de permutación, así como la identificación de la mezcla y de su irreversibilidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Garnica, I. (2006). Percepción auditiva diferenciada y producción escrita de expresiones: elementos para un modelo de comunicación de la unidad [“t/m”: mtl-sms] para la investigación en Matemática Educativa. En E. Filloy (Ed.) *Matemática educativa, treinta años* (pp. 257-281). México, D.F., México: Santillana.
- Gurrola, M. (1998). *Pensamiento Probabilístico en Niños en Estadio Básico*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México, D.F., México.
- INEGI (2004). *Las Personas con Discapacidad en México: una visión censal*. México, Aguascalientes.
- Limón, A. (1995). *Elementos para el Análisis Crítico de la Posible Inserción Curricular de Nociones Estocásticas, Ausentes en Programas de Preescolar y Primaria*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México, D.F., México.
- López-Mojica J. M. y Ojeda, A.M. (2007). Pensamiento Probabilístico de Niños con Audición Diferenciada. La Noción de Mezcla Aleatoria. En G. Buendía y G. Montiel, (Eds.), *Memorias de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa*. (243-255) Mérida, México: CIMATES.
- Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed.), *Matemática Educativa, treinta años* (257-281). México, D.F., México: Santillana.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). *La Génèse de l'idée de Hasard Chez l'enfant*. PUF, Paris.
- Piaget, J. (1982). *Le possible et le nécessaire*. PUF, París.
- Steinbring, H. (2005). *The Construction of new Mathematical Knowledge in Classroom Interaction*. USA: Springer.
- Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la Defectología. Obras Escogidas V*. España: Visor Dis.