

EL GRAFICADOR COMO HERRAMIENTA PARA LA CLASE DE MATEMÁTICA

Patricia Lestón
Instituto Jesús María
Buenos Aires (Argentina)
patricialeston@yahoo.com.ar

RESUMEN

El presente trabajo analiza las ventajas y dificultades de introducir la computadora en la clase de matemática. A lo largo del trabajo se desarrolla una propuesta para lograr este objetivo, prestando especial atención a la selección y tipo de ejercicios y a los obstáculos con los que el docente se encontrará frente a la iniciativa de relacionar ambas disciplinas. Se estudia en particular el uso y aplicación de un software graficador, de sencillo uso, obtención e instalación.

INTRODUCCIÓN

Los avances tecnológicos que se han dado en las últimas décadas han invadido todos los aspectos de la vida del ser humano actual. De igual modo, la presencia de computadoras en las escuelas se ha hecho evidente y desde todas las materias se ha intentado acercarse a su uso para incluirlas como una herramienta de la currícula. La idea de los colegios, que inicialmente era que los alumnos contaran con un laboratorio completo para aprender los contenidos básicos de la informática, se ha transformado a lo largo de los años, y ha determinado que los colegios promuevan a todos sus docentes a aprovechar los medios con los que se cuentan, para lograr así mantener una actualización permanente de los programas y la comprensión de los alumnos del dinamismo que tienen la educación y las ciencias. Es tarea del docente a cargo del curso lograr que los alumnos entiendan a la computadora como una herramienta de enseñanza y de aprendizaje y no sólo como un medio para facilitar determinadas tareas.

La computadora fuera de las clases de informática debe ser utilizada como un elemento que facilite la enseñanza y aprendizaje de la ciencia a la cual ayuda. Como dice Julio Mosquera en su artículo “La informática y el proceso de investigación matemática en la escuela”: *Una herramienta cognitiva es todo aquel instrumento del que pueden servirse las personas para amplificar su capacidad de comprender y operar en el mundo. La cualidad de herramienta cognitiva no es intrínseca a un instrumento. En el caso de la computadora tenemos que ésta no es por sí sola un medio cognitivo: para llegar a serlo tiene que ser utilizada dentro de un cierto dominio conceptual de manera que ayude al usuario a comprender mejor dicho dominio y actuar con mejor eficacia en el mismo. Si consideramos la matemática como un dominio conceptual, entonces utilizar la computadora como*

herramienta cognitiva en la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina significa que la máquina se utiliza en formas que ayuden al aprendiz a comprender y operar en ese dominio conceptual. Se supone que esta comprensión de la matemática ayudará al estudiante a comprender mejor el mundo y a operar más efectivamente en éste. (Mosquera, 1996).

Partiendo desde ese planteo de la necesidad de incluir la computadora en nuestra actividad diaria como docentes como herramienta cognitiva, muchas veces nos enfrentamos con las dificultades que se presentan al momento de llevarlo a cabo. Fuera de las dificultades habituales de organización (conseguir combinar los horarios, trasladar a los alumnos, lograr que los equipos cuenten con lo necesario, etc.), uno de los conflictos mayores con que nos encontramos es el de guiar a los alumnos en las actividades, cuando nuestra tarea habitual es en el aula y no en un laboratorio. La actividad en este tipo de espacios genera que nuestra tarea cambie de foco y que los alumnos sean más independientes por lo cual la selección de la actividad y del grupo con el que lo realizamos deberán ser consideradas como condiciones centrales para el éxito de ese tipo de actividades. Los docentes debemos lograr que nuestros alumnos consigan entender los cambios de la educación en función de las nuevas tecnologías, no porque sea esa la tarea de la educación, sino porque la escuela no puede quedar fuera de la realidad en la que vivimos y debemos lograr que nuestros alumnos encuentren en las PCs las utilidades y potencialidades que tienen y tendrán en el futuro. *Hay otra tecnología que necesita que la escuela cambie para poder ser aceptada y florecer. Su filosofía y su pedagogía son constructivistas. Una nueva educación para una nueva tecnología. La tecnología constructivista promueve el protagonismo del sujeto, a través de su adhesión a la afirmación del sujeto como ser que elabora activamente el conocimiento y proporcionándole materiales aptos para la construcción y la invención. (Cavallo, 1995)*

La selección del tema con el cual llevemos a nuestros alumnos al laboratorio también suele presentarse como una complicación. Por lo general podemos lograr tener el laboratorio a nuestra disposición para un módulo de clase (dos horas cátedra – 80 minutos) con lo cual debe encontrarse un tema y una actividad que permitiera lograr un desarrollo importante, un avance en el contenido y una muestra a los alumnos de las ventajas de haber realizado esa tarea en la computadora en vez de hacerlo de la forma habitual, con lápiz y papel.

La propuesta para este trabajo es sobre gráficos y característica de funciones exponenciales y logarítmicas pensado para un curso de cuarto año, trabajando con algún programa graficador (aquí se propone el Graphmatica) y un programa de proceso de textos (Word). La selección del tema se hace en base a una serie de necesidades, entre las cuales están las antes mencionadas, y otras que se explican a continuación.

- Los alumnos necesitan comprender el proceso que realizará la computadora para poder apreciar la diferencia entre lograrlo “a mano” y con la máquina. Cuando los alumnos llegan a esos temas en particular ya han visto varios temas de funciones (concepto, dominio, imagen, asíntotas, intersecciones con los ejes, crecimiento, decrecimiento, desplazamiento) y han realizado gráficos de funciones lineales y cuadráticas (y tal vez algunas más) ellos mismos, entendiendo los pasos necesarios para realizar una gráfica.

- El uso del graficador, que por lo general es sencillo, permite a los alumnos conocer un tipo de programa al que por lo general no están habituados y que no conocerán a menos que se los presente dentro de una estructura concreta.
- Todo lo anterior justifica también la elección del tema ya que para la altura en que se da este tema en la escuela media, los alumnos conocen gran cantidad de funciones y han tenido tres años como mínimo de clases de informática lo que les da las herramientas que necesitarán para lograr que la clase no se vea afectada por problemas técnicos o de manejo de las PC.

A continuación se presenta una serie de actividades que están pensadas para dos módulos, uno frente a la máquina y el otro en el aula (si es que hay posibilidad de imprimir una copia de los ejercicios resueltos y algunos otros para luego cotejar lo hecho en clase). La idea de este trabajo es acercar una propuesta que sirva de guía para el planeamiento de este tipo de actividades. Las características y particularidades de la selección de ejercicios dependen del grupo con el que se trabaje así como de las posibilidades que se presenten en el establecimiento.

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

Conocimientos previos

- Los alumnos deben manejar de manera correcta todos los conceptos de función antes nombrados así como la definición de potenciación y de logaritmos y sus propiedades.
- Los alumnos también deben conocer el manejo básico de la computadora (abrir y cerrar un programa, copiar, pegar, guardar un archivo e imprimir).

Materiales Necesarios

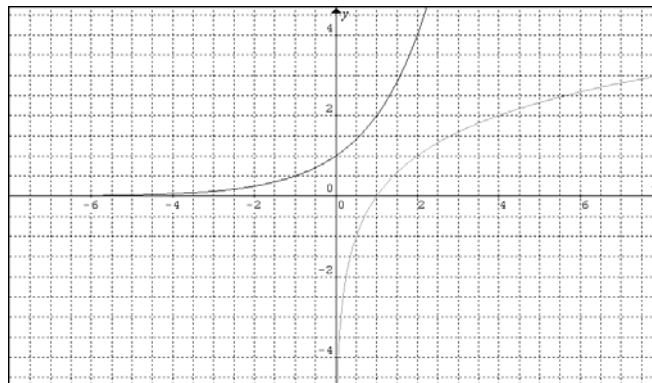
- Una computadora cada 3 alumnos como mínimo que cuenten con Windows y Word y el programa Graphmatica instalado
- Pizarrón en el laboratorio
- Impresora (1 en todo el laboratorio) o en su defecto diskettes para guardar los trabajos realizados y realizar luego una copia impresa para el trabajo en clase.
- Materiales necesarios para el trabajo en aula (pizarrón y carpetas con hojas cuadrículadas y materiales de geometría para los alumnos)

Descripción de la Actividad en el Laboratorio

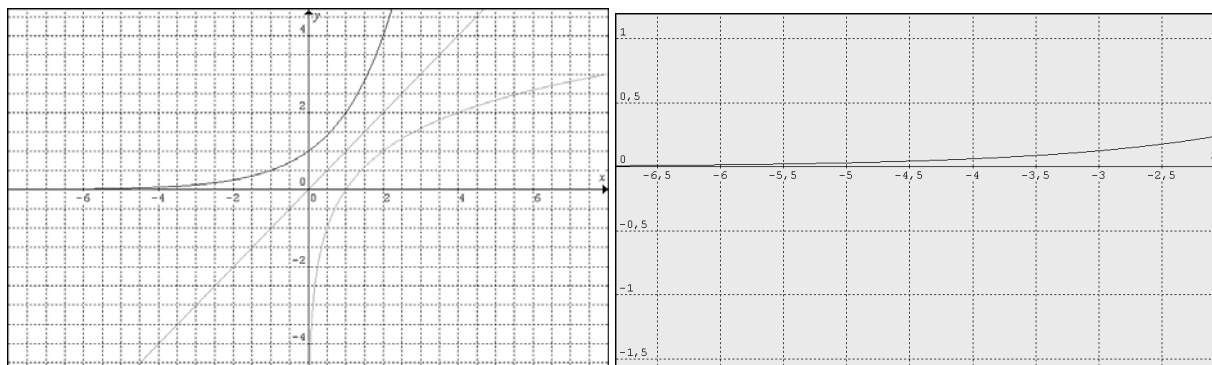
- Se presentará a los alumnos el programa que se va a utilizar (de aquí en adelante el Graphmatica) y se les explicarán las herramientas mínimas necesarias para resolver los ejercicios presentados: cómo escribir una función, como graficarla, cómo modificar la amplitud de las escalas de los ejes, como limpiar la pantalla, etc. Esta idea es una base para que luego, en caso de ser posible se vuelva a utilizar este tipo de programas. Las funciones disponibles (cálculo de derivadas e integrales, raíces, rectas tangentes, etc.) en este tipo de programas es muy amplio y puede resultar una herramienta muy útil al momento de

introducir los conceptos básicos del análisis matemático, conceptos que presentan grandes conflictos al momento de ser enseñados y aprendidos.

- Luego, se copiarán en el pizarrón las siguientes funciones $f(x) = \log_2(x)$ y $f(x) = 2^x$ y se discutirá para cada una el dominio e imagen y la existencia o no de asíntotas, anticipando lo que verán graficado en la pantalla. Se les pedirá luego que las grafiquen y verifiquen las características de cada una. La forma de escritura de las funciones en este programa son como se muestra a continuación, utilizándose las propiedades de cambio de base de logaritmos para poder escribir la función logarítmica.
 - ✓ Para poder graficar $f(x) = 2^x$ se debe introducir $y=2^x$
 - ✓ Para poder graficar $f(x) = \log_2(x)$ se debe introducir $y=\log(x)/\log(2)$
- Ambas gráficas en el mismo sistema se ven de la siguiente forma estando en azul la gráfica exponencial y en cian la gráfica de la función logarítmica.



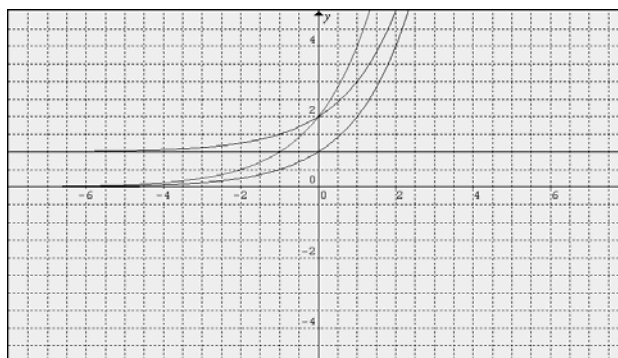
- Una vez que se han observado las gráficas y corroborado (o corregido) los supuestos hechos previamente, se puede analizar las características de cada una de las funciones en particular y de las dos como comparación. Es interesante aprovechar para destacar la simetría entre ambas gráficas y averiguar y graficar la recta que hace de eje de simetría entre las dos gráficas (en este caso $y = x$). Otra característica que es interesante para observar en una imagen con ambas gráficas hechas en simultáneo es la diferencia entre la forma de cada una y la “velocidad” de crecimiento, analizando a qué se deben estas diferencias. También puede aprovecharse la situación para graficar las rectas que son asíntotas de cada una de ellas y ver que ocurre cuando nos acercamos (utilizando el zoom) para ver que ocurre cuando nos aproximamos a estas rectas. Aquí se muestran las mismas gráficas que antes y las rectas de asíntotas y eje de simetría y más abajo un acercamiento de la función $f(x) = 2^x$ y su asíntota $y = 0$



- A partir de esta primera actividad pueden darse distintas gráficas, con desplazamientos, cambios de base, etc. para ir analizando en cada caso los cambios que se generan y a qué responden. Como ejemplo a continuación se muestran las gráficas de las funciones

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = 2^x \\ f(x) = 2^x + 1 \\ f(x) = 2^{x+1} \end{array} \right.$$

para ver las características de estas gráficas y cómo se da la variación. Se recomienda para hacer con los alumnos las gráficas de a pares, partiendo siempre de $f(x) = 2^x$ y ver cada una con respecto a esta, analizando los cambios que se dieron en la ecuación y los que se obtuvieron en la gráfica. También se pueden graficar las asíntotas para ver qué cambios en la ecuación afectan a la asíntota.



- El mismo análisis puede hacerse con respecto a funciones exponenciales cuyas bases sean inversas ($f(x) = 2^x$ y $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$) y con funciones logarítmicas.

Con la ayuda de este tipo de programas y un procesador de texto en el cual generar un archivo con las ecuaciones de las funciones graficadas (utilizando el editor de ecuaciones en

- el caso de utilizar Word) y las imágenes de las gráficas en el tiempo que se indica al principio del trabajo se pueden obtener una gran cantidad de gráficas que servirán luego para realizar el trabajo posterior en clase.

Descripción de la Actividad en el Aula

- La idea de este trabajo y de todo el análisis realizado sobre cada una de las gráficas es lograr que los alumnos puedan realizar gráficos aproximados de funciones sin necesidad de realizar una tabla completa, sino a partir de una gráfica base y observando los cambios en la ecuación de la función.
- Para esta actividad pueden presentarse dos funciones básicas (una exponencial y otra logarítmica) y en base a ella realizar gráficas de estas mismas modificadas. Por ejemplo, puede plantearse como base la función $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ y en base a ella realizar las gráficas de otras, también logarítmicas y luego pasar a las exponenciales, partiendo de la misma base y después modificándola.
- Puede luego realizarse el proceso inverso y dar a los alumnos gráficos realizados para que ellos intenten aproximar la ecuación, discutiendo si la que encuentran es o no la única posible y dando las razones que justifican la elección que realizaron.
- Como cierre de la clase puede darse a los alumnos la tarea de bajar e instalar el programa en sus computadoras y realizar algunos otros gráficos para que ellos mismos analicen, estudien y vean las características de este software. Se les puede pedir que investiguen cómo calcular intersecciones con los ejes y entre las gráficas, raíces, etc. Todo esto puede verse en la barra de herramientas y está disponible la ayuda para consultar en caso de que se les complique el manejo del programa.

CONCLUSIÓN

El objetivo del uso de la computadora debe ser facilitar la comprensión de distintos temas que en la clase se hacen largos y tediosos y terminan por confundir a los alumnos. No debe pensarse en la computadora como en un reemplazo de la tarea tradicional del docente y del alumno sino como una herramienta que utilizada en el momento correcto e indicado y con las directivas indicadas puede ayudar a profundizar en temas que de otra manera se harían excesivamente largos, impidiendo que se vean otros temas igualmente importantes. Así lo aclaran los miembros del grupo de discusión del ICMI en el documento resultante de dicho grupo: *“Por otra parte, (la enseñanza a través de la computadora) puede permitir a los estudiantes, apelando a los sistemas disponibles, salir al encuentro de una mayor cantidad de problemas y así comprender mejor la matemática subyacente en ellos”*. (Churchhouse y otros, 1986, 1987)

La realidad en la que crecen nuestros alumnos hace que lleguen a la escuela media con un amplio contacto y conocimiento de lo que es la computadora y la informática. Utilizan gran cantidad de programas y utilitarios y los manejan con gran familiaridad. Por lo cual no necesitan que desde la

escuela les volvamos a mostrar lo que ellos ya conocen. Nuestra tarea es mostrarles otros usos de las computadoras que seguramente nunca encontrarían por descubrimiento propio. *“Para que el aprendizaje sea algo más placentero es necesario incorporar materiales novedosos y estimulantes, pero también es necesario actuar sobre los sujetos: su voluntad, sus valores y su inteligencia. Debemos trabajar con nuestros alumnos, no mostrando brillantes y espectaculares objetos tecnológicos, sino haciéndolos asombrarse, preguntarse y cuestionarse sobre ellos mismos y sus relaciones con el mundo. Este es el principio de la filosofía: que ese asombro y ese cuestionamiento sean el motor del aprendizaje”*. (Cavallo, 1995)

Aún quedan (aunque cada vez menos) docentes que rechazan a la computadora y, en el caso particular de la matemática, los programas graficadores aduciendo que los alumnos no aprenden a graficar ya que todo lo hace la computadora. La misma discusión existió en su momento con la calculadora y hoy en día ya no quedan colegios (salvo lamentables excepciones) que pidan una tabla de logaritmos para trabajar cuando los alumnos pueden acceder a una calculadora científica. Esperemos que lo mismo ocurra en poco tiempo con las computadoras y que los docentes permitamos que las máquinas y los software educativos invadan nuestras aulas ocupando los lugares que nosotros destinemos a ese fin. Ningún espacio que el docente no desee que sea tomado por la informática podrá ser tomado a menos que la falta de guía así lo permita. La computadora será una amenaza únicamente para el docente que desde su espacio relegue sus tareas y no logre dominar los campos de su acción de manera eficiente. Debemos comprender la importancia de aprovechar los medios que se nos facilitan. Como afirma Elfriede Wenzelburger Guttenberger *“La presencia de calculadoras (y/o computadoras) para demostraciones, resolución de problemas, práctica y evaluación, crea una nueva dinámica en el salón de clase, en el cual profesores y estudiantes son compañeros naturales en la búsqueda de comprensión de ideas matemáticas y de la resolución de problemas. Si los profesores están preparados para aceptar el reto de esta nueva tecnología, entonces la educación cambiará”* (Guttenberger, 1993).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cavallo, Eduardo (1995). *Multimedia en educación. Un enfoque constructivista*.
Churchhouse, R. F. y otros (1986). *Influencias de las computadoras y la informática en la matemática y su enseñanza*. En Elementos de Matemática. (Publicación didáctica-científica de la Universidad CAECE). Vol. 1, n° 1. Buenos Aires.
Churchhouse, R. F. y otros (1987). *Influencias de las computadoras y la informática en la matemática y su enseñanza*. En Elementos de Matemática. (Publicación didáctica-científica de la Universidad CAECE). Vol. 1, n° 4. Buenos Aires.
Guttenberger, Elfriede Wenzelburger (1993). *Calculadora Electrónica*. México: Iberoamérica.
Mosquera P., Julio C. (1996) *La informática y el proceso de investigación matemática en la escuela*. En Revista Educación Matemática. Vol 8 N° 1. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Nota: El software utilizado en las experiencias descritas en este artículo se puede descargar de forma gratuita de la siguiente dirección: <http://www8.pair.com/ksoft/>

